

# 高透水性土供試体の非排水圧縮試験の Full-formulation に基づく水～土骨格連成有限変形解析

Full-formulation 水～土骨格連成有限変形解析 migration

名古屋大学 学生会員 ○豊田 智大  
国際会員 野田 利弘

## 1. はじめに

混合体理論に基づく飽和土の力学においては、場の未知数として固相の変位  $\mathbf{u}$ 、液相の変位  $\mathbf{U}$ 、間隙水圧  $p$  をとり、これらを各相の運動方程式と質量保存則を連立して解くことにより求める。このような定式化は Full-formulation ( $\mathbf{u}$ - $\mathbf{U}$ - $p$  formulation<sup>1)</sup>) と呼ばれるが、水～土骨格連成有限変形解析コードである GEOASIA<sup>2)</sup>は、上記の厳密な定式化に「液相の固相に対する相対加速度が固相の加速度に対して非常に小さい」という近似を導入して元の数を減らした  $\mathbf{u}$ - $p$  formulation により定式化されている。この仮定により計算コストは削減されるが、間隙水の動的浸透を無視することとなるため、極めて透水性の高い地盤材料への適用は困難であった。そこで本稿では、GEOASIA を Full-formulation に基づいて再定式化し、厳密な支配方程式群を解くことで、極めて透水性の高い材料の解析が可能となることを示す。

## 2. Full-formulation に基づく支配方程式の要諦

土骨格の変形現象と間隙水の浸透現象を up-dated Lagrange 法により刻々と追跡するため、Full-formulation に基づく場の未知数として固相の速度  $\mathbf{v}_s$ 、液相の速度  $\mathbf{v}_f$ 、間隙水圧  $u$  の 3 つをとり、これらを以下の方程式系を解くことで求める。

$$\text{混合体の運動方程式 } \rho_s D_s^2 \mathbf{v}_s + \rho_f D_s D_f \mathbf{v}_f + \rho^f \left\{ (\text{tr} D_s) + \frac{n}{K_f} (D_s u) \right\} (D_f \mathbf{v}_f - \mathbf{b}) = \text{div}(D_s \mathbf{S}_t) \quad (1)$$

$$\text{液相の運動方程式 } \rho^f D_f \mathbf{v}_f = -\gamma_w \text{grad} h - \gamma_w \left( \frac{\rho^f g}{\gamma_w} - 1 \right) \mathbf{e}_3 - \frac{\gamma_w}{k} n (\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s) \quad (2)$$

$$\text{水～土骨格連成式 } \frac{\rho^f k}{\gamma_w} \text{div}(D_f \mathbf{v}_f) - \text{div} \mathbf{v}_s + \text{div}(k \text{grad} h) - \frac{n}{K_f} \rho^f (D_s u) = 0 \quad (3)$$

ここに、 $\rho_s$ 、 $\rho_f$ 、 $\rho^f$  はそれぞれ固相、液相、間隙水の密度、 $D_s$ 、 $D_f$  はそれぞれ固相、液相にからみた物質時間微分作用素、 $\mathbf{D}_s$  は固相の速度勾配テンソル、 $n$  は間隙率、 $\gamma_w$ 、 $K_f$  は間隙水の単位体積重量および体積弾性率、 $\mathbf{b} = -g \mathbf{e}_3$  は物体力 ( $g$  は重力加速度、 $\mathbf{e}_3$  は鉛直上向きの単位ベクトル)、 $D_s \mathbf{S}_t$  は公称応力速度、 $h$  は全水頭、 $k$  は透水係数である。土骨格の構成式として SYS Cam-clay model<sup>3)</sup>を搭載し、間隙水の浸透は西村<sup>4)</sup>にならいう Hagen-Poiseuille 流れの類推により与える。紙幅の都合上、時空間離散化の詳細は割愛するが、Lagrange 的に観測される固相と同位置を占める液相を Euler 的に観測するため、物質時間微分を固相からみた物質時間微分  $D_s$  に統一する際に生じる移流項を考慮して時間積分を施す。

## 3. 低透水性供試体の非排水圧縮試験のシミュレーション

本研究で開発したコードを用いて、図 1 のような平面ひずみ供試体の非排水圧縮時の変形を解く。本稿では低透水性 ( $k=10^{-7} \text{cm/s}$ ) および高透水性 ( $k=10^3 \text{cm/s}$ ) の 2 種類の材料を想定し、間隙水の migration が起こりうる条件で解析を行った。

3-1. 解析条件 供試体は初期に静止しているとして、領域内の固相と液相の変位速度  $\mathbf{v}_s$ 、 $\mathbf{v}_f$  をゼロとした上で、供試体上下端を一定の軸変位速度  $10^3 \text{m/s}$  で変位させて急速に圧縮した。また、上下端は剛で摩擦なしとし、側面は非排水とした。慣性

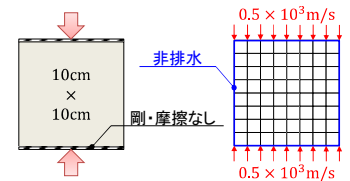


図 1 供試体の非排水圧縮問題

項を考慮した本手法では、摩擦がない条件でも、载荷に伴い矩形がそのまま保たれるような一様変形は示さず、間隙水の migration が生じてよい条件となる<sup>5)</sup>。材料定数・初期状態は繰り返し正規圧密土となるよう設定した (詳細は省略)。

3-2. 低透水性供試体の解析結果 Full-formulation による解析結果として、間隙水の相対速度、間隙水圧、比体積の各分布の推移をそれぞれ図 2、図 3、図 4 に示す。まず、図 2 のように供試体内では水の migration はほとんど起こらないため、図 4 に示すように比体積は供試体内で一様かつ一定となる。一方、図 3 に示す間隙水圧は不均一に分布するが、これは供試体の非一様変形により動水勾配が生じて、透水性が小さいために動水勾配が解消ほとんどされないことによる。なお、紙幅の都合上省略するが  $\mathbf{u}$ - $p$  formulation (GEOASIA) で同一の条件で解析を行った場合、上記の結果とほぼ同じ解が得られることを確認した。これは、透水係数が十分に小さいときは間隙水の運動はほとんど静的で  $\mathbf{u}$ - $p$  formulation における仮定が十分に妥当し、換言すれば、本解析のコーディングの検証ができたことを意味している。

3-3. 高透水性供試体の解析結果 Full-formulation による解析結果をそれぞれ図 5、図 6、図 7 に示す。図 5 より供試体内では間隙水の動的な migration が生じ、このため動水勾配は直ちに解消され、間隙水圧は図 6 のように要素内で常に均一に分布する。一方、図 7 に示す比体積分布は時間の経過とともに大きく変動する。これは、動的に運動する間隙水が供試体内を駆け巡り局所的に土骨格を圧縮/膨張させるためである。なお、この計算は  $\mathbf{u}$ - $p$  formulation によっては実行できなかった。これは、透水係数が大きい場合、離散化された連成式が「土骨格の圧縮/膨張に対応して間隙水の吸水

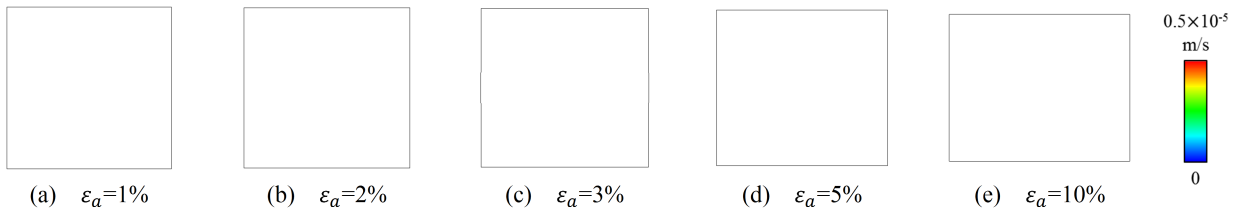


図2 間隙水の相対速度( $v_f - v_s$ )分布 ( $k=10^{-7}$ cm/s)

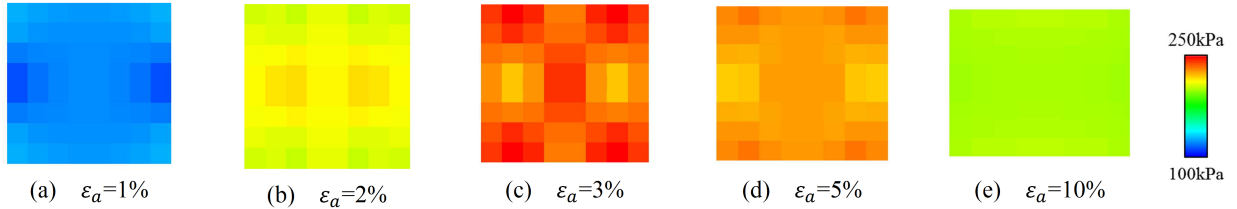


図3 間隙水圧分布 ( $k=10^{-7}$ cm/s)

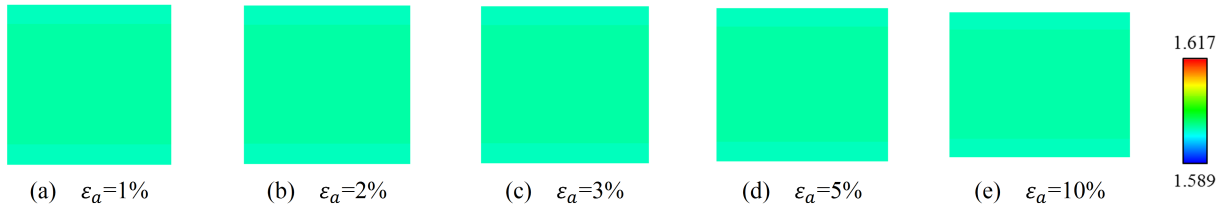


図4 比体積分布 ( $k=10^{-7}$ cm/s)

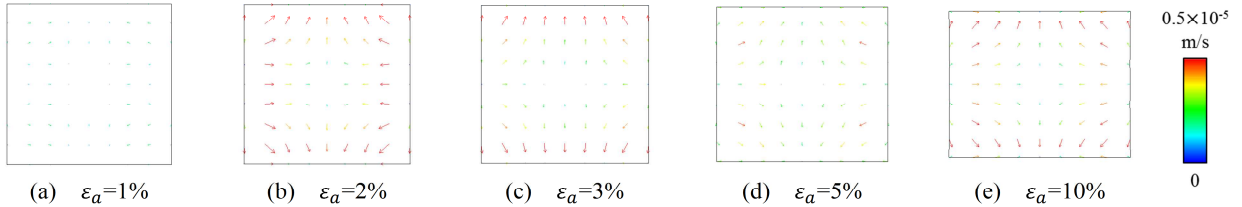


図5 間隙水の相対速度( $v_f - v_s$ )分布 ( $k=10^3$ cm/s)

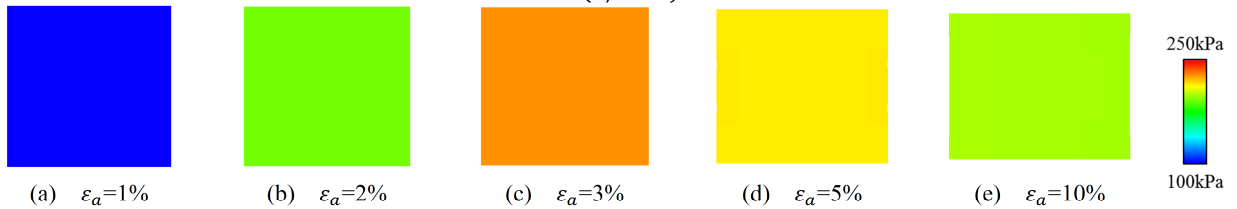


図6 間隙水圧分布 ( $k=10^3$ cm/s)

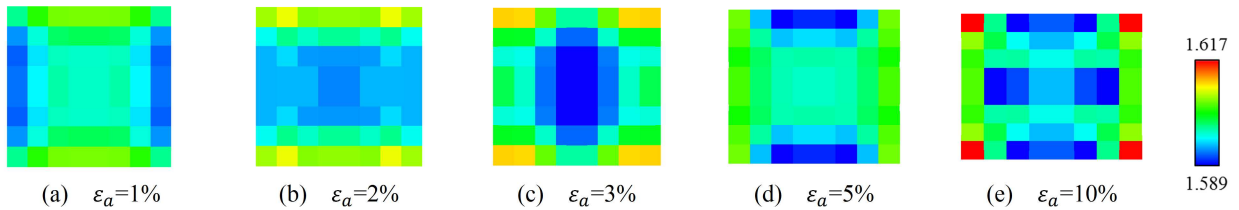


図7 比体積分布 ( $k=10^3$ cm/s)

／排水が生じる」という質量保存則に適合しない条件を与えるためである。

## 5. おわりに

本研究では、Full-formulationに基づく水～土骨格連成弾塑性有限変形解析手法を開発し、 $u-p$  formulationによる解析コードでは解けない極めて透水性の高い材料の二相系解析が可能となることを示した。また、液相速度を陽に求める Full-formulation では、間隙水の migration の様子を直接観察できることを示した。今後は地震時の動的挙動の解明のほか、土構造物への津波の衝突や洗掘、掃流現象、海底液状化といった、水との動的相互作用問題を視野に入れて検討してゆく。

参考文献

- 1) O. C. Zienkiewicz et al. (1999): Computational Geomechanics with special reference to Earthquake Engineering”, John Wiley & Sons, 17-31.
- 2) Noda, T. et al. (2008): Soil-water coupled finite deformation analysis based on a rate-type equation of motion..., *S&F*, **48**(6), 771-790.
- 3) Asaoka, A. et al. (2002): An elasto-plastic description of two distinct volume change mechanisms of soils, *S&F*, **42**(5), 45-57.
- 4) 西村直志 (1999): (社)地盤工学会 地盤工学ハンドブック, 第3章土質力学, 51-64
- 5) Noda, T. et al. (2013): Realization of uniform deformation of soil specimen under undrained plane strain condition..., *S&F*, **53**(6), 937-950.