

間隙水の慣性の影響を考慮した高透水性土の動的即時沈下解析

名古屋大学 正会員 ○豊田 智大
フェロー会員 野田 利弘

1. はじめに

飽和土の水～土骨格連成解析手法は、間隙水の静的浸透を仮定した近似解法である $u-p$ formulation により定式化されることが多い。著者らは、この仮定を導入しない厳密解法としての $u-w-p$ formulation に基づく解析手法を新たに開発してきた¹⁾。昨年度の報告では、本定式化の有効性を示すとともに、ダルシー減衰のほとんど効かない高透水性土の圧密沈下問題において解かれる減衰振動現象について考察した²⁾。本稿では、 $u-w-p$ formulation を用いた高透水性即時沈下解析の初期において「特異な」水圧変動が観測されうることを示すとともに、この数値解析上の現象を1次元モデルを用いて解釈する。

2. 支配方程式

地盤の動的／静的水～土骨格連成有限変形解析コード **GEOASIA**³⁾の支配方程式は、 $u-w-p$ 形式で以下のよう記述される。

$$\text{混合体の運動方程式} \quad \rho_s D_s \mathbf{v}_s + \rho_f D_f \mathbf{v}_f = \text{div} \mathbf{T} + \rho \mathbf{b} \quad (1)$$

$$\text{液相の運動方程式} \quad \rho^f D_f \mathbf{v}_f = -\gamma_w \text{grad} h - \frac{\gamma_w}{k} \mathbf{w} \quad (2)$$

$$\text{連成式} \quad \text{div} \mathbf{v}_s + \text{div} \mathbf{w} = 0 \quad (3)$$

ここに、 ρ_s 、 ρ_f 、 ρ^f はそれぞれ固相、液相、間隙水の密度、 D_s 、 D_f は固相、液相からみた物質時間微分、 \mathbf{v}_s 、 \mathbf{v}_f は固相、液相の速度、 $\mathbf{w} = n(\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s)$ は間隙水の相対平均流速、 \mathbf{T} は全応力テンソル、 \mathbf{b} は物体力、 h は全水頭、 n は間隙率、 k は透水係数、 γ_w は間隙水の単位体積重量である。また、構成式には亜弾性 Hooke 則を用いた。なお、式(2)右辺第2項は相間相互作用力を表す。

3. 解析条件

有限変形場における一次元弾性圧密問題を $u-w-p$ formulation で解く。有限要素メッシュと弾性体の材料定数はそれぞれ図-1、表-1のように設定する。ここでは、瞬間载荷に等価な初期条件として模型全体に初期水圧 10000kPa を与え、これが 0kPa まで消散する過程での圧密沈下量 ρ と水圧 p の推移を調べる。透水係数は $k=10^{-3}$ cm/s (やや高透水性) とした。

4. 解析結果

解析により得られる地表面での沈下～時間関係を図-2 に示す。間隙水の慣性により沈下～時間関係が S 字カーブになることは既に前報³⁾で確認している。これについて更に詳細に議論するため、模型内の下から1番目～100番目の代表的な要素における水圧～時間関係を図-3 に示す。ただし、初期の現象を観察するため、時間は対数軸で表示した。時刻 $t=10^{-5}$ sec 以降、上端の排水条件に近い要素から順に水圧が消散してゆく様子が確認できる(一次圧密)。だが、それ以前の解析のごく初期段階においては、初期水圧として $p_0=10000$ kPa を与えているにもかかわらず、水圧 $p_1=5479$ kPa が一様に解かれており、その後、時刻 $t=10^{-8}$ sec~ 10^{-5} sec にかけて水圧が 10000kPa まで回復する現象が解かれることが確認された。そこで次に、なぜ 5479kPa という間隙水圧が解かれることとなったのか、簡易的な1次元モデルを用いて考察する。

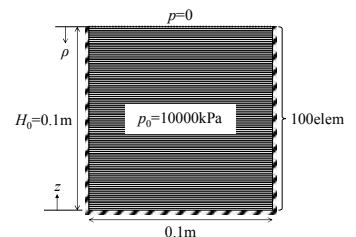


図-1 有限要素メッシュ

表-1 材料定数

Young's modulus E	100000 kN/m ²
Poisson's ratio ν	0.35
Initial porosity n_0	0.50
Density of soil particle ρ^s	2.65 g/cm ³
Density of water ρ^f	1.00 g/cm ³

キーワード Full-formulation, $u-w-p$ formulation, 水～土骨格連成解析, 高透水性, 有限変形, 有限要素法
連絡先 〒464-8603 名古屋市千種区不老町 名古屋大学工学部 9号館3階 TEL: 052-789-3834

5. 水圧 p_l の物理的意味に関する考察

固相と液相からなる二質点系モデル (図-4) を考える. 以下の式(4), (5) は, 固相と液相の 1 次元運動方程式であるが, これに 1 次元水～土骨格連成式(6)を運動に対する幾何拘束 (束縛条件) として連立し, Lagrange の未定乗数法に基づいて, 束縛力を考慮した運動方程式を立てている.

$$m_s \ddot{x}_s \left\{ +kx_s - \frac{\gamma_w n}{k} (\dot{x}_f - \dot{x}_s) \right\} + F = \lambda \frac{\partial g}{\partial x_s} \quad (4)$$

$$m_f \ddot{x}_f \left\{ + \frac{\gamma_w n}{k} (\dot{x}_f - \dot{x}_s) \right\} = \lambda \frac{\partial g}{\partial x_f} \quad (5)$$

$$g = g(x_s, x_f) = (1-n)x_s + nx_f = 0 \quad (6)$$

ここに, m_s, m_f は各相の質量, x_s, x_f は固相と液相の変位, F は外力 10000kPa である. ただし, ここでは計算開始直後の「ごく初期の運動」について論ずるため, 固相と液相の配置のずれはほとんど生じていないと考え, 各相の物質時間微分を区別せず, 間隙率も定数と見做す. 式中の λ はラグランジュの未定乗数, $\lambda(\partial g/\partial x_s, \partial g/\partial x_f)$ は束縛力である. 「ごく初期の運動 ($x_s \approx 0, \dot{x}_s \approx 0, \dot{x}_f \approx 0$)」を考えるため, $\{ \}$ 内の項 (剛性項, 相互作用力項) および間隙率変化を無視するとき ($n \approx 0$), 式(4)~(6)を解くと,

$$\lambda = \frac{\rho^f}{n\rho^s + (1-n)\rho^f} F = 5479\text{kPa} \quad (7)$$

が得られる (間隙率 $n = 0.5$ より, $V_s = V_f (= V/2)$, $m_s : m_f = \rho^s V_s : \rho^f V_f = \rho^s : \rho^f$ であることから, 式中の m_s, m_f を ρ^s, ρ^f に書き換えた). すなわち, 計算開始直後の間隙水圧 $p_l = 5479\text{kPa}$ は, 計算開始直後, 剛性・相互作用力のほとんど働いていない条件の下で, 慣性に起因して自由に生じようとする各相の運動を, 連成式の要請により束縛 (幾何拘束) するときの, 束縛力に相当することがわかる. 事実, 同様の計算を $\rho^s = \rho^f$ として計算を行うと, $-\lambda = F = 10000\text{kPa}$ となり, 初期水圧 $p|_{t=0} = F$ と計算開始直後の水圧 p_l の乖離現象は生じないことを確認している. なお, この現象は計算開始直後のごく初期に解かれるものであるため, 変位や速度が累積し, 剛性や相互作用力が有意な値を持った時点で水圧は 5479kPa から 10000kPa まで回復し, その後は低透水性土と同様の一次圧密過程を辿ることとなる.

なお, 以下については紙幅の都合上概略にとどめるが, ここで解かれている「上載荷重と領域内水圧の不一致」は, 実際の数値計算において, 時間刻み幅が小さいときに質量マトリクス以外の項が桁落ち (相対的にオーダーが低下) することと対応している. また, この現象は, 「瞬間載荷」かつ「間隙水非圧縮」という極端な条件の下で「極限として」解かれるものであるから, 漸増載荷計算や間隙水の圧縮性を考慮した計算を行った場合にはこのような現象は観察され得ないことを解析によっても確認している.

6. おわりに

$u-w-p$ formulation により高透水性土の即時沈下解析を行うと, 解析のごく初期段階において「上載荷重と領域内水圧の不一致」を生じる. この一見すると不可思議な現象は, 解析上は質量マトリクス以外の項のオーダーが相対的に小さくなることによるものであるが, 物理的には「慣性に起因する各相の自由な運動が連成式により体積拘束されるとき束縛力」によるものとして解釈することができる.

謝辞 本研究は, 科学研究費補助金 (基盤研究(A): 課題番号 25249064) の補助を受けて実施した.

参考文献

- 1) Toyoda, T. and Noda, T.: Development and verification of a soil-water coupled finite deformation analysis based on $u-w-p$ formulation..., Soils Found, accepted. 2) 豊田, 野田: Full-formulation に基づく超高透水性土の動的有限変形圧密解析, 土木学会第 73 回年次学術講演会, 2018. 3) Noda, T., et al.: Soil-water coupled finite deformation analysis based on a rate-type equation of motion..., Soils Found, Vol.48, No.6, pp.771-790, 2008.

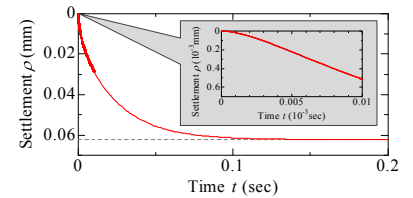


図-2 水圧-時間関係 2

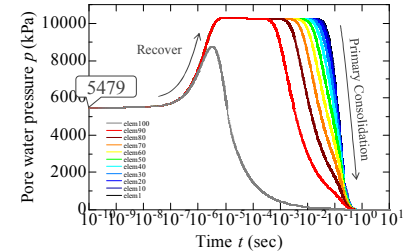


図-3 水圧-時間関係

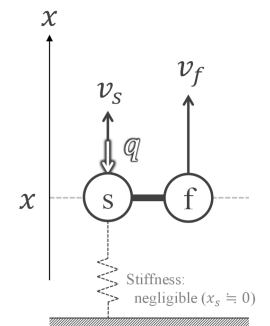


図-4 束縛を有する質点系モデル