

# 複合負荷弾塑性構成式への誘導異方性の新たな発展則の導入と妥当性の検証

誘導異方性, 複合負荷弾塑性構成式, 中空ねじり試験

名古屋大学 国際会員 ○山田正太郎 野田利弘  
中野正樹 浅岡 顕

## 1. はじめに

著者ら<sup>1)</sup>はこれまでに SYS Cam-clay model<sup>2)</sup>と非関連 Drucker-Prager model<sup>3)</sup>が同時に負荷状態を呈しうる複合負荷弾塑性構成式を提案している. 誘導異方性の導入など, 拡張を加えることによって, 砂が液状化時に示すサイクリックモビリティも記述することができる. 本稿では, 誘導異方性の具体的な発展則を与えるとともに, 既往の中空ねじり試験結果<sup>4)</sup>と比較することによってその妥当性を検証する.

## 2. 誘導異方性の発展則

誘導異方性を表現するために, Sekiguchi and Ohta<sup>5)</sup>が提案する応力比に関する不偏量  $\eta^*$  を用いて, 負荷面を回転させることについて考える. ここに,  $\eta^* = \sqrt{(3/2)\hat{\eta} \cdot \hat{\eta}}$ ,  $\hat{\eta} = \eta - \beta$ ,  $\eta = s/p'$ ,  $s = T' + p'I$ ,  $p' = -(1/3)T'$  であり,  $T'$  は有効応力,  $\beta$  は負荷面の回転を表すための背応力比である. 本稿では,  $\beta$  の発展則のひとつの具体形を提案する.

まず,  $\beta$  と以下の関係にある  $\beta^*$  なる量を導入する.

$$\beta = \frac{M_b}{1 + \zeta^*} \beta^* \Leftrightarrow \beta^* = \frac{1}{M_b - \zeta} \beta \quad (1)$$

ここに,  $\zeta = \sqrt{(3/2)\beta \cdot \beta}$ ,  $\zeta^* = \sqrt{(3/2)\beta^* \cdot \beta^*}$  であり,  $M_b$  は  $\beta$  の発達限界を与える材料定数である.

次に,  $\beta$  の発展則を与える代わりに,  $\beta^*$  の発展則として, 以下の線形発展則を与える.

$$\dot{\beta}^* = b_r \frac{2}{3} D_s^p \quad (2)$$

ここに,  $(\dot{\quad})$  は共回転速度,  $D_s^p$  は塑性ストレッチングの偏差成分,  $b_r$  は誘導異方性の発展速さを与える材料定数である.  $\beta$  の共回転微分を取った上で, 式(2)を代入することで, 以下に示す  $\beta$  の非線形な発展則を得る.

$$\dot{\beta} = b_r \frac{M_b}{1 + \zeta^*} \left( \frac{2}{3} D_s^p - \frac{\beta^* \cdot D_s^p}{1 + \zeta^*} \frac{\beta^*}{\zeta^*} \right) \quad (3)$$

$\beta^*$  は単調負荷時に塑性せん断ひずみに対して比例的に増加するが, 式(1)が示すように,  $\zeta$  は曲線的に増加し,  $M_b$  で頭打ちになる. また, 線形発展則を基本とするため, 単軸繰返し負荷時は塑性せん断ひずみに対して往路と復路で同一の軌跡を辿る. 以下では, より一般的な荷重条件下で, 上記発展則の妥当性を検証する.

## 3. 中空ねじり試験結果

検証のために取り上げる中空ねじり試験結果<sup>4)</sup>について説明する. 試料には豊浦砂を用いた. 供試体は空中堆積

法により作製した. 目標相対密度は 60% である. 平均応力  $p = 196 \text{ kPa}$ , 中間主応力係数  $b = 0.0$  とし, 最大主応力角  $\alpha$  を図 1 (a) に示すいずれかの値に保ち, 非排水せん断を行った. 供試体作製時に与えられる初期異方性と, せん断履歴によって誘導される異方性が非排水せん断挙動に与える影響について調べた.

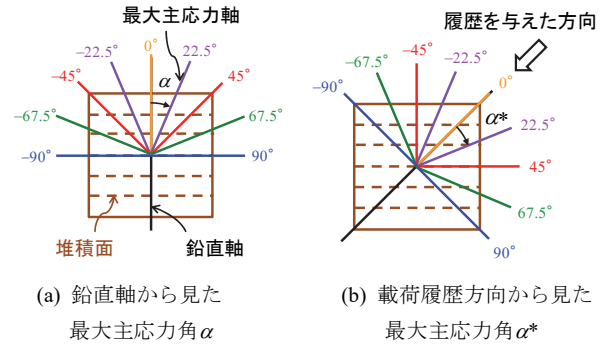


図 1 荷重方向

まず, 図 2 にせん断履歴を与えていない供試体に対する結果を示す. 初期異方性の影響により, 荷重方向が水平方向, すなわち堆積面に直交する方向に近づくにつれ, 密な砂に似た挙動が現れていることが分かる.

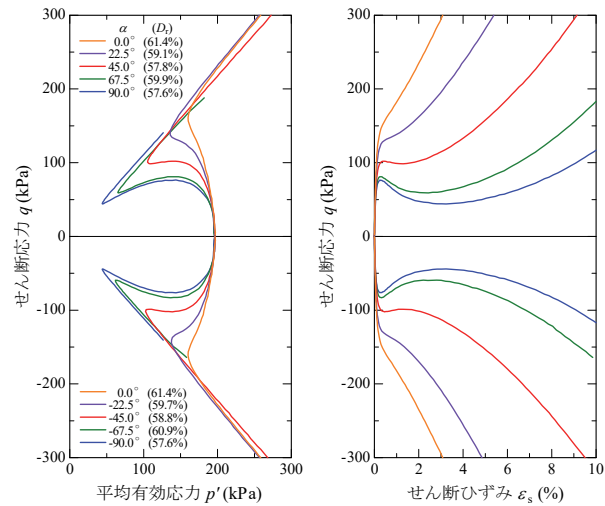


図 2 主応力方向を変えた非排水せん断試験結果

次に, せん断履歴を与えた供試体の結果について示す. 図 3 に示す通り,  $\alpha = 45^\circ$  で  $q = 150 \text{ kPa}$  まで非排水せん断した後, 非排水条件を保ったまま等方応力状態になるまで  $q$  を除荷し, さらに排水コックを開けて等方圧縮する履歴を与えた. その後, 図 2 (a) に示す様々な方向に非排水せん断を行った. 実験結果を図 4 (a) に示す. 履歴を与えた結果, 図 2 とは異なり不規則に結果が並んでいる.

図4 (b)に示すように、載荷履歴を与えた方向を基準と  
 った最大主応力角を $\alpha^*$ と置いて結果を整理し直した。そ  
 の結果を図4 (b)に示す。間隔こそ異なるが、図2と同様  
 に規則的に結果が並んでいる(間隔の広い方向について  
 は、破線で示すように間を補完するような実験を追加し  
 た)。 $\alpha^* = 0^\circ$ に近づくほど密な砂に似た挙動が表れて  
 いることから、載荷履歴を与えた方向に硬い挙動が表れる  
 ように誘導異方性が発達したといえる。

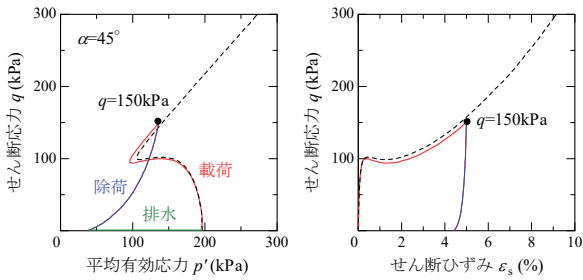
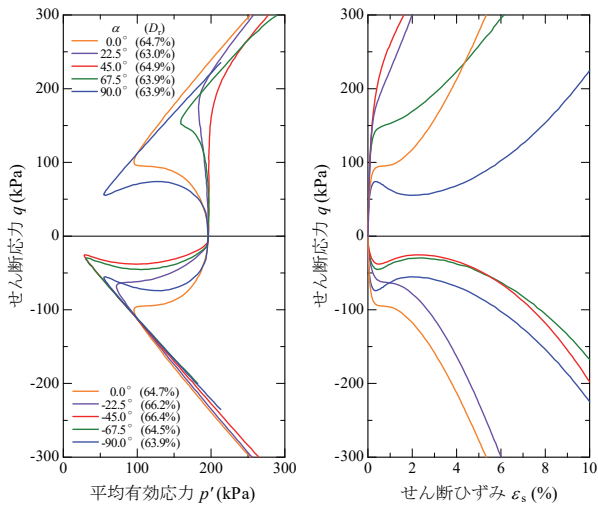
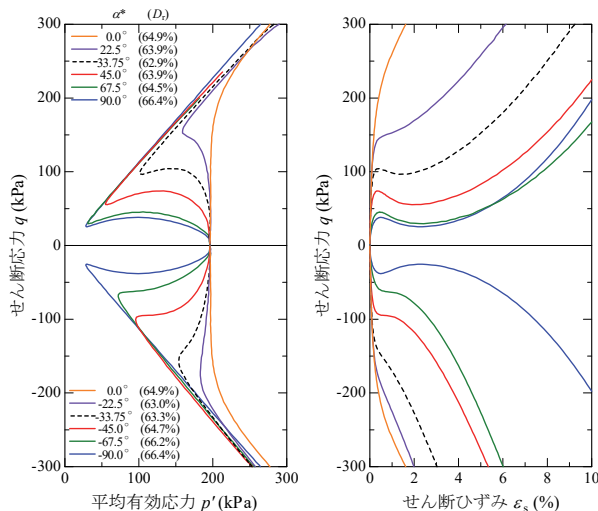


図3 せん断履歴



(a)  $\alpha$ で整理



(b)  $\alpha^*$ で整理

図4 せん断履歴を与えた供試体に対する主応力方向を  
 変えた非排水せん断試験結果

#### 4. 複合負荷弾塑性構成式による実験結果の再現

次に、2で示した誘導異方性の発達則と同じ考え方を取  
 り入れた複合負荷弾塑性構成式による上記実験の再現結  
 果について示す。なお、紙幅の都合上、全容を説明するこ  
 とはできないが、高度化されたモデルを用いた計算結果  
 を示すことを断っておく。高度化されたモデルを用いて  
 いるものの、異方性の発展に関するエッセンスは2で示  
 した通りである。

図5と図6にせん断履歴を与えたる過程と履歴を受け  
 た後の非排水せん断挙動のシミュレーション結果を示す。  
 図3、図4 (b)と同様な傾向が示されていることを確認で  
 きる。変数変換(式(1))と線形発達則(式(2))により得  
 られる発達則(式(3))の妥当性が窺える。

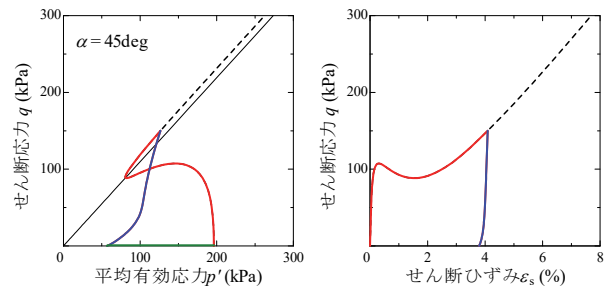


図5 せん断履歴の再現結果

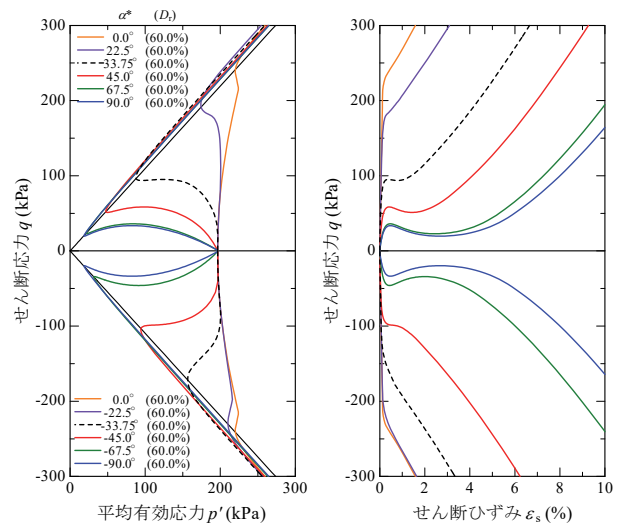


図6 せん断履歴を与えた供試体に対する主応力方向を変  
 えた非排水せん断試験の再現結果 ( $\alpha^*$ で整理)

謝辞 本研究は科学研究費補助金(基盤(B): 課題番号16H04408,  
 基盤(A): 課題番号17H01289)の補助を受けて実施した。

参考文献 1) Yamada, S. et al. (2013): Proposal of a new double  
 hardening elasto-plastic constitutive model of soil skeleton based on  
 integration of associated and non-associated flow rules, *Proc. of 15th  
 ARC, JPN-128*. 2) Asaoka, A. et al. (2002): An elasto-plastic description  
 of two distinct volume change mechanisms of soils, *S&F*, **42**(5), 47-57.  
 3) Drucker, D.C. and Prager, W. (1952): Soil mechanics and plastic  
 analysis for limit design, *Quarterly of Applied Mathematics*, **10**(2),  
 157-165. 4) 岡田麻希ら (2014): 中空ねじりせん断試験装置を用  
 いた砂の異方性に関する実験, 第69回土木学会年次学術講演会  
 講演概要集, 73-74. 5) Sekiguchi, H. and Ohta H. (1977): Induced  
 anisotropy and time dependency in clays, *Constitutive Equations of  
 Soils (Proc. 9th Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Spec. Session 9)*,  
 229-238.