計算工学講演会論文集　Vol.25 (2020年6月)　　計算工学会

水～土連成問題における *u*–*w*–*p*支配方程式の減衰波動方程式への帰着とその解の性質に関する一考察

Reduction of ***u*–*w*–*p*** governing equations to a damped wave equation and discussions on the characteristics of its solution

豊田智大[1)]，野田利弘[2)]

Tomohiro Toyoda and Toshihiro Noda

1) 名古屋大学 減災連携研究センター（〒464-8603 愛知県名古屋市千種区不老町, E-mail: toyoda.tomohiro@i.mbox.nagoya-u.ac.jp)

2) 名古屋大学 減災連携研究センター（〒464-8603 愛知県名古屋市千種区不老町, E-mail: noda@civil.nagoya-u.ac.jp)

Authors have discovered inertia-induced phenomena in one-dimensional dynamic deformation problem, i.e., damped oscillation in settlement-time relation and inconsistency between vertical load and immediate pore water pressure, based on ***u*–*w*-*p*** formulation. The present study indicates that the ***u*–*w*-*p*** governing equation reduced to the damped wave equation whose solution are expressed as a superposition of several modes with different eigenvalues exhibiting overdamping ~ damped oscillation successfully simulates the inertia-induced phenomena.

Key Words : *Soil-water coupling, u-w-p formulation, damped wave equation*

1.　はじめに

混合体理論に基づく飽和土の水～土骨格連成解析は，固液各相の運動方程式に幾何拘束としての水～土骨格連成式を連立して解き，各相の運動と間隙水圧を求める体系として定式化される．ここで，固液両相の加速度を無視するとBiotの圧密方程式に相当する静的な方程式系が得られるが，動的有効応力解析においては，これに準ずる体系として，固相の加速度は考慮するが間隙水の浸透加速度は無視（静的浸透を仮定）する***u*–*p*** formulation[1]に基づく定式化が採用されることが多い．この***u*–*p*** formulationにおける静的浸透の仮定は，方程式規模の削減に寄与するものの，浸透加速度を無視したことで，間隙水が動的にも運動しうる高透水性土への適用は著しく制限される．そこで著者らは，水～土骨格連成解析の支配方程式を，静的浸透の仮定を導入することなく厳密に解く***u*–*w*–*p*** formulationに基づく有限変形有限要素解析コードを新たに開発し，***u*–*p*** formulationでは求解困難な高透水性土の動的応答が求解可能となることを示してきた[2].

本稿では，***u*–*w*–*p*** formulationに基づき，低透水性土から高透水性土まで幅広い透水係数の材料を対象に，一次元動的変形問題を解く（表-1）．2章では***u*–*w*–*p*** formulationに基づく定式化の要諦を示す．3章ではこれを時空間離散化した有限要素解析コード[2]による近似解から，動的変形解析に見られる特有の諸現象として(1)高透水性土における非調和な振動を伴う沈下／水圧～時間関係とともに，(2)透水係数によらず解析初期段階に見られる「鉛直荷重と即時水圧の不一致」を発見的に観察する．4章では，この問題を理論解導出のために，***u*–*w*–*p*** formulationの支配方程式が微小変形近似の下で減衰波動方程式に帰着することを示すとともに，その理論解が固有値に応じて性質の異なるモード（過減衰～減衰振動）の重ね合わせで表現されることを示す．さらに，理論解に基づく洞察から，3章で観察された諸現象に対する物理的解釈（不連続な沈下～時間関係が圧縮ひずみの各位置でのステップ状のひずみの進行の帰結として生じることなど）を示す．5章では有限要素解析による近似解と減衰波動方程式の理論解の比較を通して解析コード[2]のVerificationの結果を示す.

表-1　本稿のフロー

2 章 ***u*-*w*-*p*** 支配方程式		
↓(離散化)		↓(手計算)
3 章 数値解析		4 章 理論解
↓		↓
5 章 Verification		

2.　***u*–*w*–*p*** formulationの支配方程式の要諦

水～土骨格連成解析の支配方程式を以下に示す.

混合体の運動方程式

$$\rho_s \mathrm{D}_s \boldsymbol{v}_s + \rho_f \mathrm{D}_f \boldsymbol{v}_f = \mathrm{div}\,\boldsymbol{T} + \rho \boldsymbol{b} \tag{1}$$

液相の運動方程式

$$\rho^f \mathrm{D}_f \boldsymbol{v}_f = -\gamma_w \,\mathrm{grad}\, h - \frac{\gamma_w}{k}\boldsymbol{w} \tag{2}$$

水～土骨格連成式

$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{v}_s + \mathrm{div}\,\boldsymbol{w} = 0 \tag{3}$$

ここに, $\rho = \rho_s + \rho_f$, $\rho_s = (1-n)\rho^s$, $\rho_f = n\rho^f$, ρ^s, ρ^fはそれぞれ混合体，固相，液相，土粒子，間隙水の密度，D_s，D_fはそれぞれ固相，液相に関する物質時間微分，$\boldsymbol{v}_s$，$\boldsymbol{v}_f$は固相速度，液相速度，$\boldsymbol{w} = n(\boldsymbol{v}_f - \boldsymbol{v}_s)$は間隙水の土骨格に対する相対平均流速，$\boldsymbol{T}$は全応力テンソル（引張を正），$\boldsymbol{b}$は物体力，$h = z + p/\gamma_w$は全水頭，$z$は位置水頭，$p$は間隙水圧（圧縮を正），$n$は間隙率，$k$は透水係数，$\gamma_w$は間隙水の単位体積重量である．

3. $\boldsymbol{u}$–$\boldsymbol{w}$–p formulationに基づく弾性沈下有限要素解析 ～ 一次元動的変形問題にみられる特有の諸現象との邂逅

本章では，2章で示した支配方程式に時空間離散化を施した上で数値解析的に解き，一次元動的変形問題にみられる特有の諸現象を「発見的に」観察してゆく．離散化手法について，固相速度$\boldsymbol{v}_s$および間隙水相対平均流速 $\boldsymbol{w}$は1次のIso-parametric要素により有限要素離散化し，時間積分公式として躍度線形性を仮定するWilson-θ法を用いた．また，間隙水圧pはChristian・田村流の物理モデルをNoda et al.[3]に倣い拡張適用し，時間積分に台形公式を用いた．また，増分型の構成式を導入するため，混合体の運動方程式(1)については速度型にしてから離散化した．解析コードならびにその求解スキームの詳細はNoda and Toyoda[2]を参照されたい．

有限要素メッシュとして，図-1の縦100要素からなる格子を用いる．境界条件として，土骨格については，領域下端の鉛直変位および側面での水平変位を固定し（1次元圧縮），間隙水については，領域下端および側面を非排水とし，領域上端に水圧 p = 0kPaを与えた（片面排水）．鉛直荷重 q = 10kPaによる排水進行中の沈下挙動を観察するため，時刻 t = 0において以下の①と②の操作を行った．

① 領域境界を全面非排水で，領域内水圧は 10kPa とする．

② 領域上端を水圧 0kPa の排水境界条件に変更する．これは，排水コックを瞬時に開けるのと等価であり，t > 0 において「圧密」が進行してゆく．

構成式には亜弾性Hooke則を用い，その材料パラメータは表-1に示す．また，ここでは自重なしの計算とした．

透水係数を k = 10^{-3}，10^{0}，10^{1}cm/sとした場合の沈下～時間関係を図-2に，領域中央における水圧～時間関係を図-3に示す．図-2より，沈下～時間関係は，透水係数が小さい場合には同図(a)のような下凸の曲線となるのに対し，高透水性土においては同図(b)~(c)のような減衰振動曲線となり，透水係数が大きいほど減衰の程度が小さくなる

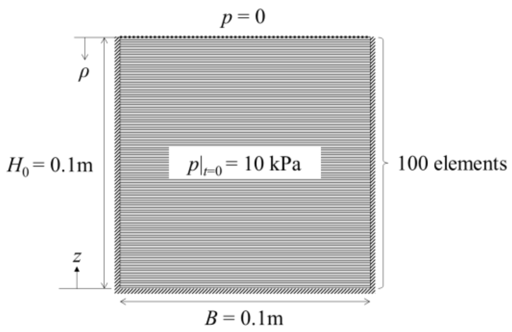


図-1　有限要素メッシュ

表-1　材料定数

Young's modulus E	10,000 kPa
Poisson's ratio ν	0.35
Initial porosity n_0	0.50
Density of soil particle ρ^s	2.65 g/cm^3
Density of pore water ρ^f	1.00 g/cm^3

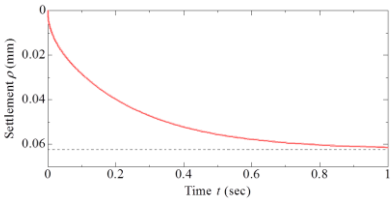
ことがわかる．この傾向は図-3の水圧～時間関係においても確認できる．ただし，減衰振動曲線の形状はいずれも規則的な正弦波とはならず，沈下～時間関係は三角波状に，水圧～時間関係は矩形波状になっている．また，図-2(a)のような下凸の曲線においても，原点近傍（解析初期）を拡大すれば図-4実線のようなS字カーブが観察される．これは，静止していた間隙水が加速されることによるものである．事実，慣性を考慮しない静的解析を行うと，同図破線のような完全に下凸の曲線が得られる．

また，図-5は k = 10^{-3}，10^{1}cm/sの場合における要素ごとの水圧の推移を対数時間軸上にプロットしたものである。同図より，解析のごく初期段階において水圧は鉛直荷重 q = 10kPaと一致せず, p_I = 5.479kPaという値をとることがわかる．以降，この水圧p_Iを即時水圧と呼ぶ．低透水性土の場合には同図(a)のように水圧が5.479kPaから10kPaまで回復した後に0kPaまで消散する水圧の二段階遷移現象が解かれる．

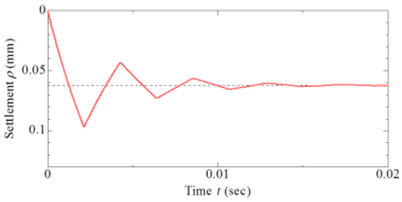
4. $\boldsymbol{u}$–$\boldsymbol{w}$–p支配方程式の理論解の導出 ～ 減衰波動方程式に立脚した現象理解

3章で確認した一見奇妙な現象，すなわち「高透水性土における三角波／矩形波状の沈下／水圧～時間関係」および「鉛直荷重qと解析初期段階における水圧p_Iの不一致」の発生機構について理解するため，本問題に対する理論解を導出した．

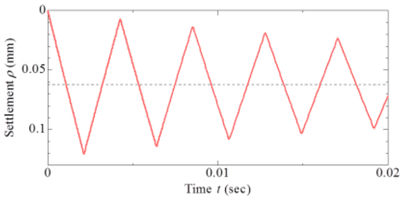
図-6(a)のような t = 0において高さH_0の地盤が外力qにより微小変形し，t → ∞の極限で同図(b)の層厚Hに至るまでの過程を解く．支配方程式(1)~(3)は，1次元微小変形問題に対して，固相変位 $u_s = u_s(z,t)$，液相変位 $u_f = u_f(z,t)$，間隙水圧 $p = p(z,t)$ を未知関数とする以



(a)　$k = 10^{-3}$cm/s



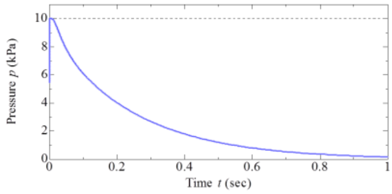
(b)　$k = 10^{0}$cm/s



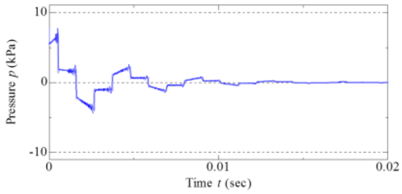
(c)　$k = 10^{1}$cm/s

数値解析　理論解

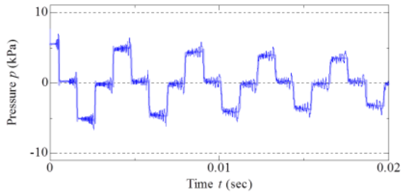
図-2　沈下～時間関係



(a)　$k = 10^{-3}$cm/s



(b)　$k = 10^{0}$cm/s



(c)　$k = 10^{1}$cm/s

数値解析　理論解

図-3　沈下～時間関係

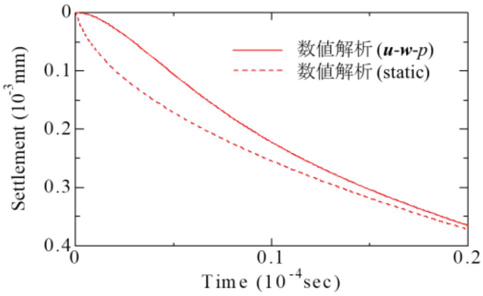


図-4　図-2(a)の現点近傍の拡大図

下の連立偏微分方程式に書き換えられる．ただし，微小変形の仮定のため，間隙比は一定で，物質時間微分と空間時間微分を区別しない．自重および間隙率の圧縮性も考慮しない．

$$\rho_s \frac{\partial^2 u_s}{\partial t^2} + \rho_f \frac{\partial^2 u_f}{\partial t^2} = E_c \frac{\partial^2 u_s}{\partial z^2} - \frac{\partial p}{\partial z} \tag{4}$$

$$\rho^f \frac{\partial^2 u_f}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\gamma_w}{k} n \left(\frac{\partial u_f}{\partial t} - \frac{\partial u_s}{\partial t} \right) \tag{5}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial u_s}{\partial t}\right) + \frac{\partial u_s}{\partial t}\left\{ n \left(\frac{\partial u_f}{\partial t} - \frac{\partial u_s}{\partial t} \right) \right\} = 0 \tag{6}$$

ここに，$E_c = (1-\nu)E/(1+\nu)(1-2\nu)$，$E$はヤング率，$\nu$はポアソン比である．境界条件，初期条件は「瞬間載荷（または瞬間排水）」，片面排水を想定して以下のように与える．

$$u_s(0,t) = 0 \tag{7}$$

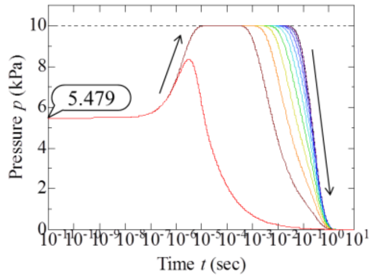
$$\frac{\partial u_s(H,t)}{\partial z} = 0 \tag{8}$$

$$u_f(0,t) = 0 \tag{9}$$

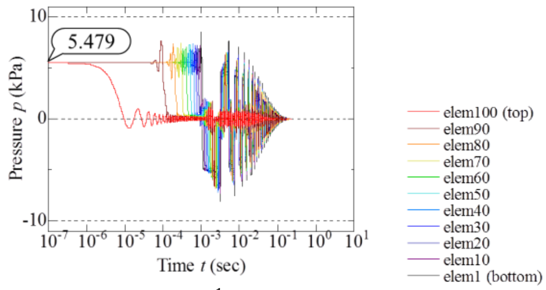
$$p(H,t) = 0 \tag{10}$$

$$u_s(z,0) = \frac{\delta_0}{H} z \tag{11}$$

$$\frac{\partial u_s(z,0)}{\partial t} = 0 \tag{12}$$



(a)　$k = 10^{-3}$cm/s



(b)　$k = 10^{1}$cm/s

図-5　沈下～時間関係

$$\frac{\partial u_f(z,0)}{\partial t} = 0 \tag{13}$$

ただし，座標zは図-5(b)の沈下収束時（時刻$t\to\infty$）の配置を基準にとり設定した$(0 \le z \le H)$．この理由を重力作用下で鉛直ばねに吊るされた質点の振動問題に喩えて云えば，質点に作用する重力とばねの復元力のつりあい位置（静的平衡状態）を原点にとる座標設定により微分方程式の非斉次項を消去できるためである．これにより，一次元固相変位場$u_s = u_s(z,t)$の初期値は最終沈下量(静的変位量)をδ_0として同図(c)より式(11)で与えられるとともに，無論$u_s(z,\infty) = 0$となる．ただし，微小変形のため$H \simeq H_0$である．ここで独立変数z，tおよび未知関数群を

$$Z = \frac{z}{H}\,,\qquad T = \frac{c_v t}{H^2}\,,$$

$$U_s = \frac{u_s}{\delta_0}\,,\qquad U_f = \frac{u_f}{\delta_0}\,,\qquad P = \frac{p}{q} \tag{15}$$

と無次元化すると，式(4)~(6)は

$$\frac{G_s\mathrm{e}}{1+G_s\mathrm{e}}\frac{\partial^2 U_s}{\partial T^2} + \frac{\mathrm{e}^2}{1+G_s\mathrm{e}}\frac{\partial^2 U_f}{\partial T^2} = 4h^2\frac{\partial^2 U_s}{\partial Z^2} - 4h^2\frac{\partial P}{\partial Z} \tag{16}$$

$$\frac{\mathrm{e}^2}{1+G_s\mathrm{e}}\frac{\partial^2 U_f}{\partial T^2} = -4nh^2\frac{\partial P}{\partial Z} - 4n^2h^2\left(\frac{\partial U_f}{\partial T} - \frac{\partial U_s}{\partial T}\right) \tag{17}$$

$$\frac{\partial}{\partial Z}\left(\frac{\partial U_s}{\partial T} + \mathrm{e}\frac{\partial U_f}{\partial T}\right) = 0 \tag{18}$$

となる．ここに，Zは相対深度，Tは時間係数であり，

$$h = \frac{c_p H}{c_v}\,,\qquad c_p = \sqrt{\frac{E}{\rho'}}\,,\qquad c_v = \frac{kE_c}{\gamma_w}\,,$$

$$\delta_0 = \frac{qH}{E_c}\,,\qquad \rho' = \rho_s + \frac{\rho_f}{\mathrm{e}^2}$$

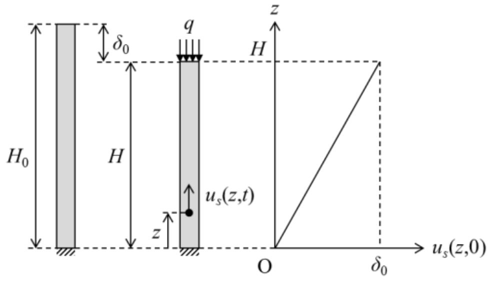
$$G_s = \frac{\rho^s}{\rho^f}\,,\qquad \mathrm{e} = \frac{n}{1-n} \tag{19}$$

である．式(16)~(18)の未知変数をU_sに統一すると

$$\rho'\frac{\partial^2 u_s}{\partial t^2} + \frac{\gamma_w}{k}\frac{\partial u_s}{\partial t} - E_c\frac{\partial^2 u_s}{\partial z^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow\quad \frac{\partial^2 U_s}{\partial T^2} + 4h^2\frac{\partial U_s}{\partial T} - 4h^2\frac{\partial^2 U_s}{\partial Z^2} = 0 \tag{20}$$

となる．式(20)のような形式の微分方程式は減衰波動方程式と呼ばれ，透水係数kが非常に大きい場合には左辺第二項（相互作用力項）が消滅して波動方程式になる．このことは，図-2(b)~(c)において透水係数が大きいほど解が非減衰に近づくことと対応している．一方，透水係数が小さい場合には第一項（慣性項）が消滅し，変位を未知数とする静的な圧密方程式が得られる．



(a)　$t = 0$　(b)　$t \to \infty$　(c)　初期変位

図-6　沈下～時間関係

また，同式は無次元変位U_sが非減衰波速c_p，圧密係数c_v，層厚Hから決まる無次元パラメータhで決まることを意味する．さらに，左辺第1項の慣性項が無視できる場合，同式は未知数を変位で与えられた三笠の圧密方程式になるが，このときには式中からhも消去され，圧密度と時間係数の1:1関係が得られる．

上記の連立偏微分方程式を解くと，無次元変位U_s，無次元水圧Pの理論解が以下のように導出される．

$$U_s(Z,T) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2(-1)^{n-1}}{\beta_n^2}\sin(\beta_n Z)\,F_n(T)\exp(-2h^2T) \tag{21}$$

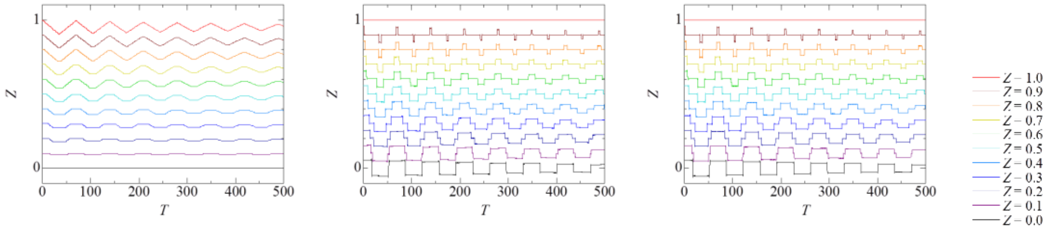
$$P(Z,T) = -\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2(-1)^{n-1}}{\beta_n}\cos(\beta_n Z)\,G_n(T)\exp(-2h^2T) \tag{22}$$

ここに

$$F_n(T) = \begin{cases} \dfrac{H_n^+\exp(2hD_nT)}{2D_n} - \dfrac{H_n^-\exp(-2hD_nT)}{2D_n} & (\beta_n < h) \\ 1 + 2h^2T & (\beta_n = h) \\ \cos(2hD_n'T) + \dfrac{h}{D_n'}\sin(2hD_n'T) & (\beta_n > h) \end{cases} \tag{23}$$

$$G_n(T) = \begin{cases} \dfrac{1}{2D_n}\left[-[H_n^+ + (1-\lambda_0)H_n^-]\exp(2hD_nT) + [(1-\lambda_0)H_n^+ + H_n^-]\exp(-2hD_nT)\right] & (\beta_n < h) \\ -\lambda_0 - 2h^2(2-\lambda_0)T & (\beta_n = h) \\ -\lambda_0\cos(2hD_n'T) - (2-\lambda_0)\dfrac{h}{D_n'}\sin(2hD_n'T) & (\beta_n > h) \end{cases} \tag{24}$$

$$\beta_n = \frac{2n-1}{2}\pi \tag{25}$$



(a)　U_s～T関係　　(b)　P～T関係　　(c)　ε～T関係

図-7　深度ごとの波形のプロット（ h = 0.01 ）

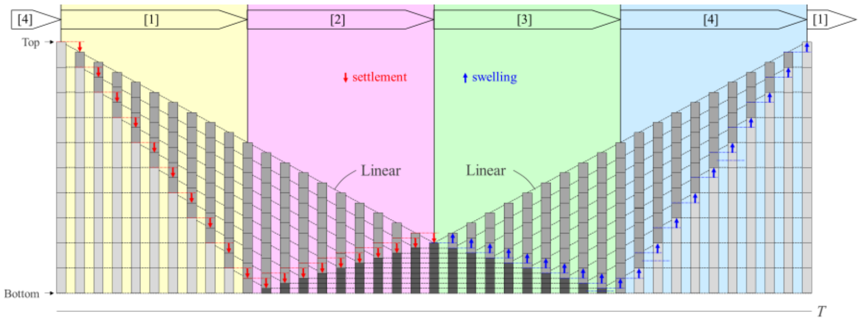


図-8　ひずみ進展の概略図

$$H_n^+ = h + D_n\,, \qquad H_n^- = h - D_n \tag{26}$$

$$D_n = \sqrt{h^2 - \beta_n^2}\,, \qquad D_n' = \sqrt{\beta_n^2 - h^2} \tag{27}$$

$$\lambda_0 = \frac{1 + \mathrm{e}}{1 + G_s \mathrm{e}} \tag{28}$$

である．変位U_s，水圧Pともに，その解は複数のモードの重ね合わせで記述されるが，各モードの形態はその固有値β_nに応じて過減衰（$\beta_n < h$）から減衰振動（$\beta_n > h$）まで幅広く変化することがわかる．

まず，不連続な沈下／水圧～時間関係について考察する．3章におけるk = 10^1 cm/sの解析ケースに相当するh（h = 0.0286，このとき全てのモードが減衰振動を示す）を選び，U_sおよびPの時間変化を深度別に示すと**図-7**(a)，(b)が得られる．同図より，それぞれ地表面／領域中心において三角波／矩形波を呈し，3章で示した解析結果と一致する．とくに，**図-7**(a)の変位場において，領域内では三角波ではなく台形波を呈することがわかるが，いずれの位置においても，静止状態と等速運動する状態が不連続に出現する様子が観察される．そこで，式(21)の空間勾配をとって得られる圧縮ひずみ $\varepsilon(Z,T) = -\partial U_s(Z,T)/\partial Z$ をプロットすると，**図-7**(c)のようになる．ひずみの推移を概略図で示すと**図-8**のようになり，現象が[1]領域上端から下向きの圧縮ひずみ進展，[2]領域下端から上向きの圧縮ひずみ進展，[3]領域上端から下向きの圧縮ひずみ回復，[4]領域下端から上向きの圧縮ひずみ回復の順で起こり，[1]~[2], [3]~[4]の過程における各位置でのステップ状ひずみの進行は地表面／地盤内における直線的／不連続な変位応答として観察されうることがわかる．また，**図-7**(b)と(c)の比較から，水圧変動は圧縮ひずみ変動に同期していることが確認される．

一方，解析初期の沈下～時間関係におけるS字カーブもまた，理論解から説明できる．地表面での無次元沈下量Rはと無次元時間Tの関係は

$$\begin{aligned} R(T) &= U_s(1,0) - U_s(1,T) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\beta_n^2} \{1 - F_n(T)\exp(-2h^2 T)\} \end{aligned} \tag{29}$$

で与えられるが，その時間微分dR/dTは$T \to +0$の極限でゼロとなる．これは，微分方程式(20)が時間の二階微分項を含むことで必要となる初速度分布(12)として静止状態を与えたことによる．換言すれば，慣性を考慮しない場合，初期条件(12)が不要となり，$T = 0$において直ちに初速度を生じることが可能となるため，下凸の曲線しか得られない．すなわち，S字曲線は慣性の効果で生じたものであることが確認された．

次に，鉛直荷重と即時水圧の不一致について考察する．式(22)より，初期時刻T=0においては$P(Z,0) = \lambda_0 =$ 0.5479 ≠ 1（$p(z,0) \neq q$）となり，場所によらず一様に鉛直荷重と異なる間隙水圧を生じることが確認される．とくに，無次元水圧の第n次モードP_nは，$\beta_n < h$のとき，異なる速度で消滅する指数関数の線形結合でかける．

$$\begin{aligned} P_n(Z,T) &= \frac{(-1)^{n-1}}{\beta_n\sqrt{h^2 - \beta_n^2}} \cos(\beta_n Z) \\ &\times [-\{(1-\lambda_0)H_n^+ + H_n^-\}\exp(-2hH_n^+ T) \\ &\quad +\{H_n^+ + (1-\lambda_0)H_n^-\}\exp(-2hH_n^- T)] \end{aligned} \tag{30}$$

ここで重要なのは，この2つの解の消散速度が大きく異なる，すなわち$H_n^+ \gg H_n^-$となる点であり，速やかに解消する式(30)第1項が**図-5**(a)における水圧5.479kPaから10kPaまでの回復過程を，次いで消散する第2項が同図(a)における水圧10kPaから0kPaへの消散過程と対応する．このよう

な水圧の二段階遷移は，偏微分方程式(20)が左辺第1項に時間の二階偏微分を含むために出現するものであることから，慣性を考慮して初めて解かれうる現象であるといえる．ただし，5.479kPaから10kPaまでの回復速度は透水係数の二乗に反比例するため，透水係数が非常に小さい場合には鉛直荷重と即時水圧の不一致は直ちに解消し，一般によく知られるTerzaghiの静的圧密の理論解（水圧10kPaから開始）にほぼ一致する．また，5.479kPaという水圧の物理的意味についても，混合体の運動方程式上での固相慣性と液相慣性の不平衡の補償によるものとして理解されるが，この詳細は紙幅の都合上割愛する．

5. 減衰波動方程式の理論解と***u***–***w***–*p* formulationによる解析結果の比較

数値解析により得られた図-2および図-3の沈下／水圧～時間関係には，4章で得た減衰波動方程式の理論解が併記されている．同図において，解析解は理論解をよく一致していることから，本稿での検討結果を***u***–***w***–*p* formulationによる解析手法のVerificationとして位置付けることができる．ただし，***u***–***w***–*p* formulationにおける空間離散化は有限の要素数によってなされているため，高次のモードまで正確に捉えるためには，より多くの要素数での解析が必要となる．

6. おわりに

著者らが開発した***u***–***w***–*p* formulationによる水～土骨格連成有限変形解析手法を一次元動的変形問題に適用し，慣性の存在に起因する三角波の沈下～時間関係や矩形波状の水圧～時間関係，沈下初期のS字曲線，鉛直荷重と即時水圧の不一致といった特有の諸現象の出現を確認し，減衰波動方程式の理論解の導出によってその発生機構を理解した．実は，鉛直荷重と初期間隙水圧の不一致については固相と液相の二質点系モデルにより初期値問題として求解することでも得られる．これに対し，三角波状の沈下～時間関係や矩形波状の水圧～時間関係は今回のように境界値問題として解くことによりはじめて得られるものであって，単なる初期値問題として求解する（単要素解析）だけでは解かれ得ない現象であるが，この詳細は別報に譲る．また，本検討は瞬間載荷かつ間隙水非圧縮という極端な条件での検討であり，漸増載荷や間隙水の圧縮性を考慮した解析では，上記で観察した特有の諸現象は次第に認められなくなる．ただし，***u***–*p* formulationによっては到底求解困難なミクロなタイムスケールでの求解可能性，および本稿で確認したその妥当性は，必ずや既往の***u***–*p* formulationによる時刻歴地震応答解析の高透水性土・高周波帯への適用限界を克服し，より広範な現象を扱える解析手法の確立への足掛かりになると確信している．

謝辞

本研究の遂行にあたり，JSPS科研費17H01289の助成を受けた．

参考文献

[1] Zienkiewicz, O.C., Chan, A.H.C., Pastor, M., Schrefler, B.A. and Shiomi, T.: Computational Geomechanics with special reference to Earthquake Engineering”, *John Wiley &Sons*, 1979.

[2] Noda, T. and Toyoda, T.: Development and verification of a soil–water coupled finite deformation analysis based on u–w–p formulation with fluid convective nonlinearity, *Soils and Foundarions*, Vol.59, No.4, pp.888-904, 2019.

[3] Noda, T., Asaoka, A. and Nakano, M.: Soil-water coupled finite deformation analysis based on a rate-type equation of motion incorporating the SYS Cam-clay model, *Soils and Foundarions*, Vol.48, No.6, pp.771-790, 2008.