不飽和土の排気・排水三軸圧縮シミュレーションを通じた水分特性モデルにおける間隙比依存性考慮の必要性

The necessity of considering the void ratio dependent soil water retention model in terms of exhausted and drained triaxial compression test simulation for unsaturated soil

吉川高広[1)]，野田利弘[2)]

Takahiro Yoshikawa and Toshihiro Noda

1) 博(工) 名古屋大学 大学院工学研究科 助教（〒464-8601 名古屋市千種区不老町, E-mail: yoshikawa.takahiro@b.mbox.nagoya-u.ac.jp)

2) 博(工) 名古屋大学 減災連携研究センター 教授（〒464-8601 名古屋市千種区不老町）

A soil-water-air coupled finite deformation simulation of triaxial shear tests on unsaturated silty specimens was performed under constant confining pressure and exhausted and drained condition. The triaxial tests started from a single initial condition and passed through processes of suction variation and isotropic consolidation. The simulation results showed that the void ratio dependency on soil water characteristic model is required to simulate the mechanical behavior well.

Key Words : *Soil-water-air coupled analysis, Soil water characteristic curve, Unsaturated triaxial test*

1.　はじめに

著者らは，サクション効果を導入した[1], [2]弾塑性構成式SYS Cam-clay model[3]を搭載した空気～水～土骨格連成有限変形解析コード[4]により，小高ら[5]の不飽和シルト三軸試験における，サクション作用・等方圧密と，その後の側圧一定下での排気排水せん断までの一連の過程をシミュレートした[6]. その結果，三軸試験のような室内試験といえども初期条件・境界条件が明確に整備された初期値・境界値問題として捉える立場から，サクション制御用のセラミックディスクにおける低透水性に注目して実験結果を精緻に再現できたものの，それが境界値問題の解ではなく，土要素自体の物性としての力学特性をとらえられているのか，疑問が残った.

本研究では，特に低サクション下の実験時にセラミックディスクの低透水性の影響で苦慮しないために，微細多孔質膜[7]を用いて，小高ら[5]を参照した不飽和シルト三軸試験を新たに実施するとともに，その空気～水～土骨格連成有限変形シミュレーションを行った．その結果，間隙比依存性考慮の水分特性モデルを新たに導入することで，サクション作用・等方圧密と，その後の排気排水せん断までの一連の実験結果をよく再現できることがわかった．本稿では，このことを述べる.

2.　解析手法の概要

計算は空気～水～土骨格連成有限変形解析コード[4]を用いて実施した．土骨格の弾塑性構成式SYS Cam-clay model[3]には，京川ら[1]およびZhang and Ikariya[2]に倣って，限界状態線 e－lnp'の切片が不飽和化に伴い上昇する手法を導入した．具体的には，水分特性曲線の最大飽和度 $s^{\mathrm{w}}_{\max}$ 以上の切片をΓ，水分特性曲線の最小飽和度 $s^{\mathrm{w}}_{\min}$ 以下の切片を Γ_{r} とおき，2点間の切片を飽和度 s^{w} の関数 $\Gamma(s^{\mathrm{w}})$ として線形補完する．また，正規圧密線 e－lnp'の切片に関しても，$s^{\mathrm{w}}_{\max}$ 以上の切片を N，$s^{\mathrm{w}}_{\min}$ 以下の切片を $\mathrm{N_r}$ とおき，飽和度 s^{w} の関数 $\mathrm{N}(s^{\mathrm{w}})$ として補完する．このとき，$\mathrm{N}(s^{\mathrm{w}})-\Gamma(s^{\mathrm{w}})$ は一定と仮定する[2]. その結果，$\Gamma(s^{\mathrm{w}})$ と $\mathrm{N}(s^{\mathrm{w}})$ はそれぞれ式(1)と式(2)で表される.

$$\Gamma(s^{\mathrm{w}}) = \Gamma + \frac{s^{\mathrm{w}}_{\max} - s^{\mathrm{w}}}{s^{\mathrm{w}}_{\max} - s^{\mathrm{w}}_{\min}}\left(\Gamma_{\mathrm{r}} - \Gamma\right) \tag{1}$$

$$\mathrm{N}(s^{\mathrm{w}}) = \mathrm{N} + \frac{s^{\mathrm{w}}_{\max} - s^{\mathrm{w}}}{s^{\mathrm{w}}_{\max} - s^{\mathrm{w}}_{\min}}\left(\mathrm{N}_{\mathrm{r}} - \mathrm{N}\right) \tag{2}$$

以下では，Asaoka et al[3]に倣って，上負荷面の概念[8]，下負荷面の概念[9]，Sekiguchi and Ohta[10]の η^* および回転硬化則[11]を修正Cam-clay modelに導入する. 弾塑性諸法則を適用すると，その結果，弾塑性構成式は最終的に式(3)になる.

$$\overset{\circ}{\boldsymbol{T}}' = \boldsymbol{ED} - \Lambda \boldsymbol{E}\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{T}'} \tag{3}$$

ここに，

$$\Lambda = \frac{\dfrac{\partial f}{\partial \boldsymbol{T}'}\cdot \boldsymbol{ED} + \mathrm{Q}\dot{s}^{\mathrm{w}}}{\dfrac{\partial f}{\partial \boldsymbol{T}'}\cdot \boldsymbol{E}\dfrac{\partial f}{\partial \boldsymbol{T}'} + J\dfrac{\mathrm{MD}}{p'(\mathrm{M}^2+\eta^{*2})}(\mathrm{M}_s{}^2 - \eta^2)} \tag{4}$$

$$\mathrm{Q} = \frac{\mathrm{N_r} - \mathrm{N}}{\mathrm{v}_0\left(s^{\mathrm{w}}_{\max} - s^{\mathrm{w}}_{\min}\right)} \tag{5}$$

であり，$\boldsymbol{E}$ は弾性係数テンソル，$\boldsymbol{D}$ は土骨格のストレッチングテンソル，Λ は塑性乗数，f は塑性ポテンシャル，

$\boldsymbol{T}'$ は骨格応力テンソル，$\overset{\circ}{\boldsymbol{T}}'$ は客観性のある骨格応力速度テンソルを示す．応力式には平均化骨格応力[12]の式を用いた．また，Λ 中の文字に関して，$J = \det \boldsymbol{F}$ ($\boldsymbol{F}$ は土骨格の変形勾配テンソル)，M は限界状態定数，D はダイレイタンシー係数，p' は平均骨格応力，η は応力比，M_s はSYS Cam-clay modelにおける硬化と軟化の閾線を示し，詳細はAsaoka et al.[3]を参照されたい．また，Q は京川ら[1]およびZhang and Ikariya[2]の手法を導入した結果，新たに追加される項であり，Q 中の v_0 は初期比体積を表す．$\dot{s}^{\mathrm{w}}$ は土骨格から見た飽和度の物質時間微分を表し（以後，変数の上付きドットは土骨格から見た物質時間微分を意味する），この正負も応力速度と同様に，硬化・軟化挙動や負荷基準に寄与する．本手法の導入により，SYS Cam-clay modelから増える材料パラメータは Γ_{r} の1つのみである．

水分特性には，Gallipoli et al.[13]の間隙比依存性モデルを用いた．これは，次式に示すように，van Genuchten式[14]の材料パラメータ α を間隙比の関数にするモデルである．

$$S_{\mathrm{e}} = \left\{1 + \left(\alpha \mathrm{e}^{\psi} p^{\mathrm{s}}\right)^{n'}\right\}^{-m'}, \qquad m' = 1 - 1/n' \tag{6}$$

ここに，

$$s^{\mathrm{w}} = s^{\mathrm{w}}_{\min} + S_{\mathrm{e}}\left(s^{\mathrm{w}}_{\max} - s^{\mathrm{w}}_{\min}\right) \tag{7}$$

である．S_{e} は有効飽和度，e は間隙比，p^{s} はサクション，α，ψ，n'，m' は水分特性に関する材料パラメータである．Gallipoli et al.[13]のモデル導入により，van Genuchten モデル[14]から新たに増えるパラメータは，ψ のみである．**図-1**はGallipoli et al.[13]のモデルによる水分特性曲線の一例である．4章で示すサクション30kPaの排気排水せん断の計算結果において，せん断直前の間隙比 $\mathrm{e} = 1.07$ のときと，せん断終了時の間隙比 $\mathrm{e} = 0.94$ のときの水分特性曲線を描いた．このように，同一サクションであっても，間隙比が小さい方が飽和度が高いという性質を表現できるモデルである．

今回用いた空気～水～土骨格連成有限変形解析手法[4]では，飽和度 s^{w} の時間変化項 $\dot{s}^{\mathrm{w}}$ を比水分容量とサクションの時間変化項に置き換えず，$\dot{s}^{\mathrm{w}}$ も最終的に解くべき連立1次方程式の未知数として扱い，それを補う形で水分特性式を連立する．そこでまず，式(6)において S_{e} の独立変数が e と p^{s} であることに注意して，式(7)に土骨格から見た物質時間微分を施すと次式になる．

$$\dot{s}^{\mathrm{w}} = \left(\frac{\partial S_{\mathrm{e}}}{\partial \mathrm{e}}\dot{\mathrm{e}} + \frac{\partial S_{\mathrm{e}}}{\partial p^{\mathrm{s}}}\dot{p}^{\mathrm{s}}\right)\left(s^{\mathrm{w}}_{\max} - s^{\mathrm{w}}_{\min}\right) \tag{8}$$

ここで，$J = (1+\mathrm{e})/(1+\mathrm{e}_0)$ と $p^{\mathrm{s}} = p^{\mathrm{a}} - p^{\mathrm{w}}$ より，式(8)は次式のように変形できる．

$$\left\{\frac{\partial S_{\mathrm{e}}}{\partial \mathrm{e}}(1+\mathrm{e})\operatorname{div}\boldsymbol{v}_{\mathrm{s}} + \frac{\partial S_{\mathrm{e}}}{\partial p^{\mathrm{s}}}\left(\dot{p}^{\mathrm{a}} - \dot{p}^{\mathrm{w}}\right)\right\}\left(s^{\mathrm{w}}_{\max} - s^{\mathrm{w}}_{\min}\right) - \dot{s}^{\mathrm{w}} = 0 \tag{9}$$

最終的に解くべき連立方程式は，運動方程式，水～土骨格連成式，空気～土骨格連成式と，式(9)に示す水分特性式になる．$\dot{s}^{\mathrm{w}}$ も最終的に解くべき連立1次方程式の未知数として扱うことで，他の水分特性モデルを導入する場合でも，運動方程式と2つの連成式は全く変える必要はなく，式(9)の水分特性式のみ変更すればよい．

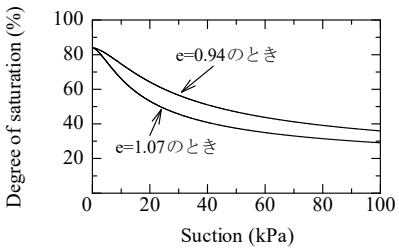


図-1　水分特性曲線の一例

なお，空間離散化手法として，不飽和土の運動方程式に対して有限要素法を適用し，水（および空気）～土骨格連成式に対してChristian流[15]または田村流[16]の物理モデルを拡張[17], [18]して用いる．時間離散化手法として，Wilsonの θ 法[19]に準拠した加速度の1階の時間微分である「躍度」の線形変化を仮定する手法[18]を用い，間隙水圧，間隙空気圧および飽和度に関しては，それらの速度の線形変化を仮定する手法を用いる．詳細は，Noda and Yoshikawa[4]を参照されたい．

3.　実験の概要と計算条件

実験手順は，小高ら[5]を参照した．本研究で具体的に行った実験の概要は次の通りである．(i)含水比20%になるように調整した非塑性シルト（DLクレー）を用いて，間隙比1.14，飽和度46～47%の不飽和供試体を作製する（初期サクションは約20kPa）．(ii)供試体を三軸試験機に設置し，非排水条件下でセル圧を20kPaまで上昇させた後，セル圧と空気圧を同時に250kPa上昇させる．(iii)所定のサクション（0，10，30kPaの3ケース）となるように水圧のみを変化させ，その後セル圧を450kPaまで上昇させて圧密する．(iv)以上の過程を経た供試体を，側圧一定・排気排水せん断する．なお，供試体下端には微細多孔質膜[7]を，供試体上端には撥水性のポリフロンフィルターを用い，間隙水

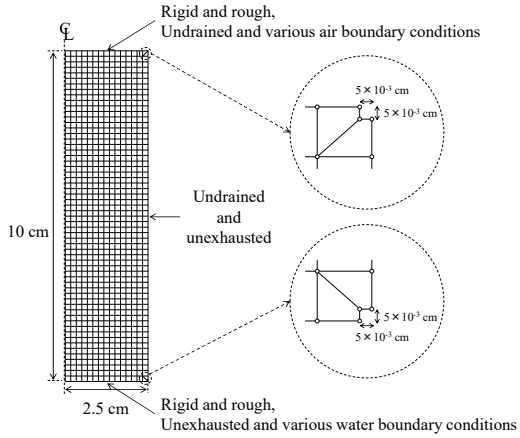


図-2　有限要素メッシュ図と境界条件

表-1　土骨格の構成式に関する材料定数と初期値

Elasto-plastic parameters		
Specific volume at $q=0$ and $p'=98.1$ kPa on CSL ($s^{w}=s^{w}_{max}$)	Γ	1.92
Specific volume at $q=0$ and $p'=98.1$ kPa on CSL ($s^{w}=s^{w}_{min}$)	Γ_r	2.16
Critical state constant	M	1.33
Compression index	$\tilde{\lambda}$	0.05
Swelling index	$\tilde{\kappa}$	0.01
Poisson's ratio	ν	0.3
Evolution rule parameters		
Degradation index of overconsolidation	m	1.3
Degradation index of structure	a	1.0
Degradation index of structure	b	1.0
Degradation index of structure	c	1.0
Degradation index of structure	c_s	0.8
Evolution index of rotational hardening	b_r	0.0
Limit of rotational hardening	m_b	—
Initial values		
Degree of structure	$1/R^{*}_{0}$	5.0
Overconsolidation ratio	$1/R_0$	2.5
Void ratio	e_0	1.16
Stress ratio	η_0	0.0
Degree of anisotropy	ζ_0	0.0

表-2　土の水分特性に関する材料定数と初期値およびその他の物性値

Soil water characteristic		
Maximum degree of saturation %	s^{w}_{max}	84.0
Minimum degree of saturation %	s^{w}_{min}	12.0
van Genuchten parameter kPa^{-1}	α	0.08
van Genuchten parameter $m'=1-1/n'$	n'	1.6
Gallipoli parameter	ψ	4.5
Saturated coefficient of water permeability m/s	k^{w}_{s}	4.0×10^{-6}
Dry coefficient of air permeability m/s	k^{a}_{d}	2.2×10^{-4}
Initial degree of saturation %	s^{w}_{0}	46.5
Physical property		
Soil particle density g/cm^3	ρ^{s}	2.704
Bulk modulus of water kPa	K_w	2.19×10^{6}
Specific gas constant of air m^2/s^2/K	$\bar{R}$	287.04
Absolute temperature K	Θ	293.15

と間隙空気の経路を分離している．また，供試体の体積変化は，内セルの水位変化から算出している．**図-2**はシミュレーションに用いた有限要素メッシュ図と境界条件を示す．簡単のため，円筒供試体の軸対称性を仮定した．上下端は剛・摩擦のペデスタルの条件を表現するために節点間に距離不変・角度不変の束縛条件[18], [20]を課し，隅角部に変形の自由度を上げるための処理[17]を施した．せん断時は上端から軸変位速度一定でせん断し，実験と同様に軸ひずみ速度を0.05%/minに設定した．**表-1**は，土骨格の構成式SYS Cam-clay modelに関する材料定数と初期値を示す．**表-2**は，土の水分特性に関する材料定数と初期値およびその他の物性値を示す．Yoshikawa et al.[21]のDLクレーの値を参考にして決定した．透水係数と透気係数のモデルはMualemモデル[22]を用いた．なお，次章の計算結果は供試体を1要素として見た場合の見かけの挙動を示す．

4.　実験結果と計算結果の比較

サクション作用・圧密過程に関して，**図-3**は実験結果を示す．**図-4**は間隙比依存性有りの水分特性モデル（以後「e有SWCC」と略す）を用いた場合，**図-5**は間隙比依存性無しの水分特性モデル（以後「e無SWCC」と略す）を用いた場合の計算結果を示す．図中の白抜き点は，セル圧を450kPaまで上昇させる直前の点を示す．ここでは，間隙比依存性有無の違いが顕著に表れたサクション10kPaの結果に注目して説明する．**図-3**～**図-5**より，e有SWCCを導入することで，特に(a)吸排水量と(c)飽和度の経時変化の再現に改善が見られる．白抜き点で示すセル圧上昇時以降の挙動に注目すると，e無SWCCの場合は，セル圧上昇によって体積圧縮し，このとき飽和度を一定に保つために排水する．一方で，e有SWCCの場合は，セル圧上昇により体積圧縮（間隙比減少）すれば，サクション一定であっても飽和度が上昇できるため，必ずしも排水するとは限らない．事実セル圧上昇後には若干吸水し，実験結果と似た挙動を示している．

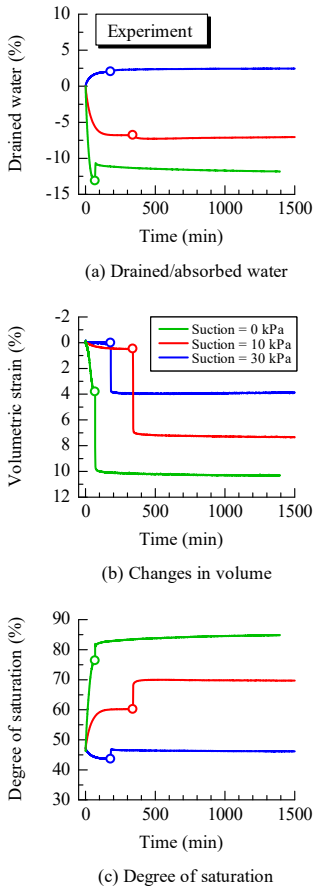


図-3　サクション作用・圧密過程の実験結果

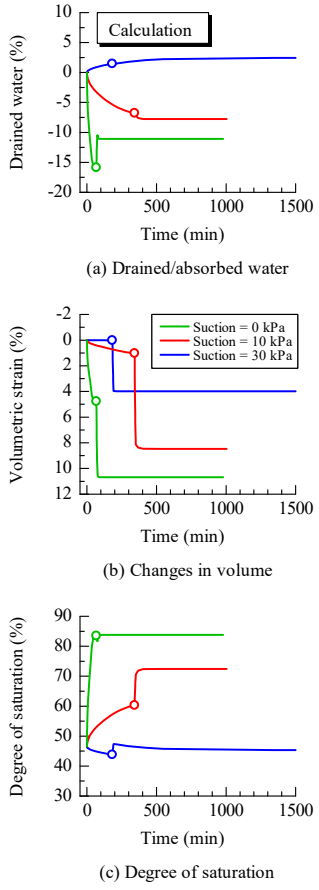


図-4　サクション作用・圧密過程の計算結果（e有SWCC）

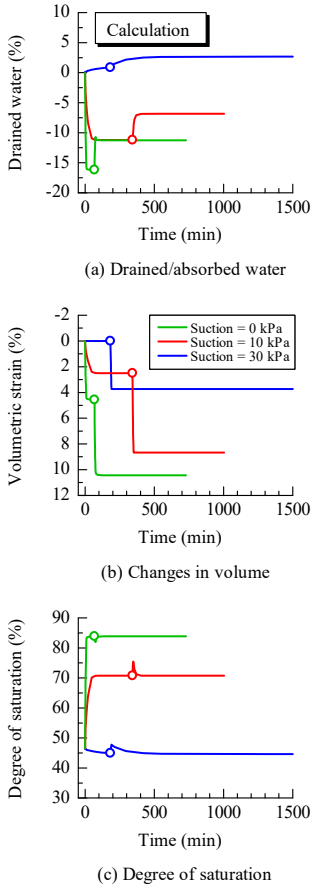


図-5　サクション作用・圧密過程の計算結果（e無SWCC）

排気排水せん断過程に関して，図-6は実験結果を示す．図-7はe有SWCCを用いた場合，図-8はe無SWCCを用いた場合の計算結果を示す．ここでは，(b)体積ひずみ・排水量～軸ひずみ関係と(c)飽和度～軸ひずみ関係に注目する．サクション0kPaの場合，実験結果において飽和度変化はほとんど生じず，計算結果においても間隙比依存性の有無にかかわらず飽和度変化は生じていない．これは，図-1に示した水分特性曲線の一例を見てもわかるように，サクション0kPaの場合は，間隙比に依存しないモデルだからである．一方で，サクション10，30kPaの場合は，体積圧縮しながら吸水するという飽和土では全く考えられない挙動を示すが，e有SWCCを用いれば，サクション一定であっても飽和度が上昇できるため，特にサクション30kPaの場合にはこの挙動が表現できている．また，体積ひずみに注目すると，e有SWCCを用いた場合は，サクション0kPaに比べて，サクション10，30kPaで体積圧縮量が大きい挙動を表現できている．これは，e有SWCCを導入し，せん断中の飽和度変化をよく再現できるようになったことで，限界状態線e－lnp'の切片が飽和度変化に応じて変化する手法を導入した弾塑性構成式が機能したためである．

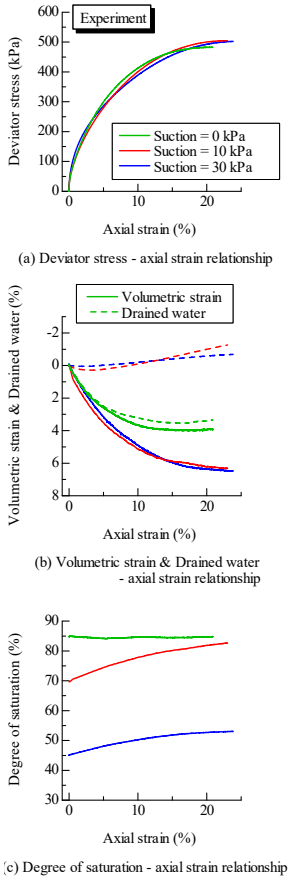
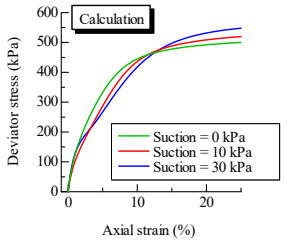
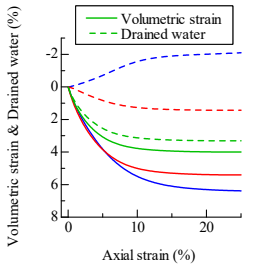


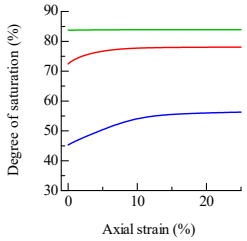
図-6　せん断過程の実験結果



(a) Deviator stress - axial strain relationship

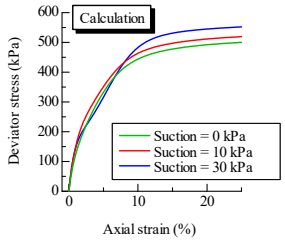


(b) Volumetric strain & Drained water - axial strain relationship

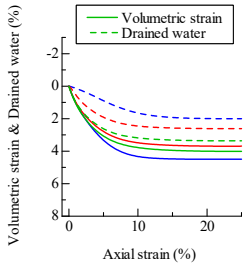


(c) Degree of saturation - axial strain relationship

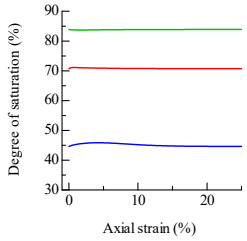
図-7　せん断過程の計算結果（e有SWCCの場合）



(a) Deviator stress - axial strain relationship



(b) Volumetric strain & Drained water - axial strain relationship



(c) Degree of saturation - axial strain relationship

図-8　せん断過程の計算結果（e無SWCCの場合）

5.　おわりに

本研究では，不飽和シルト三軸供試体に対して，サクション作用・等方圧密と，その後の排気排水せん断までの一連の過程を与える実験を行い，サクション低下時の吸水圧縮挙動（吸水コラプス）だけでなく，サクション一定時の吸水圧縮挙動が現れることを示した（サクション10kPaの等方圧密時とサクション10, 30kPaのせん断時）．吸水圧縮は，間隙比減少を伴う飽和度上昇とも捉えられる．そこで，間隙比依存性考慮の水分特性モデルを空気～水～土骨格連成有限変形解析コード[4]に導入し，この解析コードを用いれば，サクション一定時の吸水圧縮挙動を含め，圧密からせん断までの一連の実験結果をよく再現できることがわかった．

今後は，様々な排水・排気条件下での実験を行い，より精緻に土の力学挙動を表現可能な土骨格の構成モデルと水分特性モデルの開発を行っていく．

謝辞: JSPS科研費25249064の助成を受けた．名城大学の小高猛司教授には，実験結果に関するご助言をいただいた．足利工業大学の西村友良教授には，実験装置に関するご助言をいただいた．ここに謝意を表します．

参考文献

[1] 京川裕之，菊本統，中井照夫，Hossain Md. Shahin：サクション・飽和度・密度を統一的に考慮できる不飽和土の弾塑性モデル, 応用力学論文集, 12, 331-342, 2009.

[2] Zhang, F. and Ikariya, T.: A new model for unsaturated soil using skeleton stress and degree of saturation as state variables, *Soils and Foundations*, 51(1), 67-81, 2011.

[3] Asaoka, A., Noda, T., Yamada, E., Kaneda, K. and Nakano, M.: An elasto-plastic description of two distinct volume change mechanisms of soils, *Soils and Foundations*, 42(5), 47-57, 2002.

[4] Noda, T. and Yoshikawa, T.: Soil-water-air coupled finite deformation analysis based on a rate-type equation of motion incorporating the SYS Cam-clay model, *Soils and Foundations*, 55(1), 45-62, 2015.

[5] 小高猛司・鈴木宏尚・岡二三生：排気・排水条件を制御した不飽和シルトの三軸圧縮試験，第18回中部地盤工学シンポジウム, 地盤工学会中部支部, 6, 2006.

[6] 吉川高広，野田利弘，小高猛司：セラミックディスクの透水性が不飽和土三軸試験結果に及ぼす影響の数値解析的考察, 第51回地盤工学研究発表会, 705-706, 2016.

[7] Nishimura, T., Koseki, J., Fredlund, D.G. and Rahardjo, H.: Microporous membrane technology for measurement

of soil-water characteristic curve, *Geotechnical Testing Journal*, the American Society for Testing and Materials, 35(1), 201-208, 2012.

[8] Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T.: Superloading yield surface concept for highly structured soil behavior, *Soils and Foundations*, 40(2), 99-110, 2000.

[9] Hashiguchi, K.: Plastic constitutive equations of granular materials, *Proc. of US-Japan Seminar on Continuum Mechanics and Statistical Approaches in the Mechanics of Granular Materials* (Cowin, S.C. and Satake, M. eds.), Sendai, JSSMFE, 321-329, 1978.

[10] Sekiguchi, H. and Ohta, H.: Induced anisotropy and time dependency in clays, Constitutive Equations of Soils (Proc, 9th Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Spec. Session9), Tokyo, 229-238, 1977.

[11] Hashiguchi, K. and Chen, Z.P.: Elastoplastic constitutive equations of soils with the subloading surface and the rotational hardening, Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech., 22, 197-227, 1998.

[12] Jommi, C.: Remarks on the constitutive modelling of unsaturated soils, Experimental Evidence and Theoretical Approaches in Unsaturated Soils (eds. by Tarantino, A. and Mancuso, C.), Balkema, 139-153, 2000.

[13] Gallipoli, D., Wheeler, S.J. and Karstunen, M.: Modelling the variation of degree of saturation in a deformable unsaturated soil, *Geotechnique*, 53(1), 105-112, 2003.

[14] van Genuchten, M.T.: A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils, *Soil Science Society of America Journal*, 44, 892-898, 1980.

[15] Christian, J.T.: Undrained stress distribution by numerical method, *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 94(SM6), 1333-1345, 1968.

[16] 赤井浩一・田村武：弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析，土木学会論文報告集，第269号，95-104，1978.

[17] Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T.: Soil-water coupled behaviour of saturated clay near/at critical state, *Soils and Foundations*, 34(1), 91-106, 1994.

[18] Noda, T., Asaoka, A. and Nakano, M.: Soil-water coupled finite deformation analysis based on a rate-type equation of motion incorporating the SYS Cam-clay model, *Soils and Foundations*, 48(6), 771-790, 2008.

[19] Wilson, E.L., Farhoomand, I. and Bathe, K.J.: Nonlinear dynamic analysis of complex structures, *International Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1, 241-252, 1973.

[20] Asaoka, A., Noda, T. and Kaneda, K.: Displacement/traction boundary conditions represented by constraint conditions on velocity field of soil, *Soils and Foundations*, 38(4), 173-181, 1998.

[21] Yoshikawa, T., Noda, T. and Kodaka, T.: Effects of air coupling on triaxial shearing behavior of unsaturated silty specimens under constant confining pressure and various drained and exhausted conditions, *Soils and Foundations*, 55(6), 1372-1387, 2015.

[22] Mualem, Y.: A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media, *Water Resources Research*, 12, 513-522, 1976.