

非一様な法線応力分布が作用する単純せん断場におけるすべり伝播解析

摩擦 弾塑性 すべり伝播

名古屋大学

正会員 ○安池 亮

国際会員 豊田 智大, 野田 利弘

1. はじめに

これまで著者らは摩擦現象で予想される接触面の固着～すべり状態の滑らかな遷移や摩擦力の連続的な変化を表現可能な時間依存性上下負荷面摩擦モデルを開発¹⁾している．本モデルでは，静止摩擦係数が動摩擦係数より大きい状態（摩擦係数の「嵩張り」）が接触面の「構造」（凝着作用）に起因するとし，その発展則により接触面の状態変化を記述している．本稿では，著者らが新たに開発した同摩擦モデルを搭載する速度型動的変形解析手法^{2),3)}を接触面に非一様な法線応力分布を与えた単純せん断場に適用し，法線応力に応じた非一様なすべり挙動について議論した．特に，すべりの発生頻度やすべりの伝播挙動についてすべり発生時の周囲の接触応力変動と合わせて考察を与えた．

2. 上下負荷面摩擦モデルと定式化の概要

本稿で使用した時間依存性上下負荷面摩擦モデルは，接触応力速度とすべり速度（相対速度）の関係を与える速度型の弾塑性構成式であり，接触面の状態（凝着の程度）を記述するパラメータを陽に導入することで固着～すべり状態の遷移に物理的な意味を与えたモデルである．モデルの詳細は Toyoda et al.¹⁾に譲るが，本稿では，同モデルにより表現される接触応力を境界条件として与え，物体の慣性力を考慮した速度型動的変形有限要素解析を定式化・実装した．ただし，摩擦由来の境界強非線形挙動のみに着目するため，物体の弾塑性と有限変形は無視した動的微小変形弾性解析を実施した．この場合，弱形式化した速度型運動方程式は以下の通りであるが，荷重速度境界を接触応力速度境界と分けて記述していることに留意されたい（図1）．

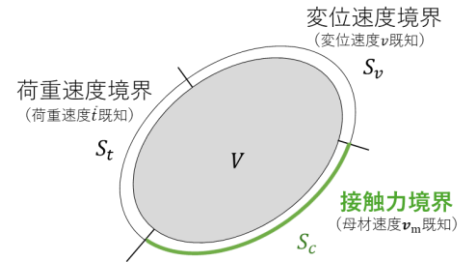


図1 接触力境界を考慮した境界条件

$$\int_V \rho \dot{\mathbf{v}} \cdot \delta \mathbf{v} dV + \int_V \dot{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \delta \boldsymbol{\varepsilon} dV = \int_V \dot{\mathbf{b}} \cdot \delta \mathbf{v} dV + \int_{S_t} \dot{\mathbf{t}}_t \cdot \delta \mathbf{v} dS + \int_{S_c} \dot{\mathbf{f}}_c \cdot \delta \mathbf{v} dS \quad (1)$$

ここに， ρ は物体の密度， $\dot{\boldsymbol{\sigma}}$ は物体の応力速度テンソル， $\dot{\mathbf{b}}$ は単位体積あたりの物体力速度， $\dot{\mathbf{t}}_t$ は既知の荷重速度， $\dot{\mathbf{f}}_c$ は接触力境界に作用する接触応力速度を表している． $\mathbf{v}$ は物体の変位速度， $\delta \mathbf{v}$ は変位速度境界 S_v 上で $\delta \mathbf{v} = \mathbf{0}$ を満たす仮想変位速度， $\delta \boldsymbol{\varepsilon}$ は仮想ひずみ速度を表している．この式の右辺第3項に対して，上下負荷面摩擦モデルを適用し定式化を行った．既報¹⁾に基づき，接触力境界面上の接触力速度 $\{\dot{\mathbf{f}}_c\}$ は以下の式で記述できる．

$$\{\dot{\mathbf{f}}_c\} = \begin{cases} [\mathbf{C}^{ep}]\{\dot{\mathbf{v}}^N\} + \mathbf{C}^e\{\mathbf{t}\} & \dots \text{負荷時} \\ [\mathbf{C}^e]\{\dot{\mathbf{v}}^N\} & \dots \text{除荷時} \end{cases} \quad (2)$$

ここに， $[\mathbf{C}^{ep}]$ ， $[\mathbf{C}^e]$ は上下負荷面摩擦モデルに基づくマトリクスであり， $\{\mathbf{t}\}$ は接触力境界面における接単位ベクトルである．また，接触力境界面上の節点相対すべり速度 $\{\dot{\mathbf{v}}^N\}$ は，未知の物体変位速度 $\{\dot{\mathbf{v}}^N\}$ と既知の母材変位速度 $\{\dot{\mathbf{v}}_m^N\}$ を用いて， $\{\dot{\mathbf{v}}^N\} = \{\dot{\mathbf{v}}^N\} - \{\dot{\mathbf{v}}_m^N\}$ と表される．したがって，弱形式化した運動方程式（式(1)）の右辺第3項の被積分項は以下のように記述される．ただし，ここでは接触力境界面上における物体の変位速度 $\{\dot{\mathbf{v}}^N\}$ と母材の変位速度 $\{\dot{\mathbf{v}}_m^N\}$ を系全体の要素の各節点の変位速度 $\{\mathbf{v}^N\}$ と母材の変位速度 $\{\mathbf{v}_m^N\}$ に拡張して記述する． $[\tilde{\mathbf{N}}]$ は有限要素法の形状関数マトリクスである．

$$\dot{\mathbf{f}}_c \cdot \delta \mathbf{v} = \{\delta \mathbf{v}^N\}^T \left\{ [\tilde{\mathbf{N}}]^T \{\dot{\mathbf{f}}_c\} \right\} = \begin{cases} \{\delta \mathbf{v}^N\}^T \left\{ [\tilde{\mathbf{N}}]^T [\mathbf{C}^{ep}][\tilde{\mathbf{N}}]\{\mathbf{v}^N\} - [\tilde{\mathbf{N}}]^T [\mathbf{C}^{ep}][\tilde{\mathbf{N}}]\{\mathbf{v}_m^N\} + \mathbf{C}^e[\tilde{\mathbf{N}}]^T\{\mathbf{t}\} \right\} & \dots \text{負荷時} \\ \{\delta \mathbf{v}^N\}^T \left\{ [\tilde{\mathbf{N}}]^T [\mathbf{C}^e][\tilde{\mathbf{N}}]\{\mathbf{v}^N\} - [\tilde{\mathbf{N}}]^T [\mathbf{C}^e][\tilde{\mathbf{N}}]\{\mathbf{v}_m^N\} \right\} & \dots \text{除荷時} \end{cases} \quad (3)$$

$\{\delta \mathbf{v}\}$ の任意性を考慮し，アセンブリングすると，運動方程式の有限要素離散式は次式で表現できる．

$$\mathbf{M}\{\dot{\mathbf{v}}^N\} + (\mathbf{K} - \mathbf{K}_c)\{\mathbf{v}^N\} = \{\mathbf{f}^0\} + \{\mathbf{f}^c\} \quad (4)$$

ここに， $\mathbf{M}$ ， $\mathbf{K}$ ， $\{\mathbf{f}^0\}$ はそれぞれ縮約された全体質量マトリクス，全体剛性マトリクス，全体節点荷重ベクトルである．また， $\mathbf{K}_c$ ， $\{\mathbf{f}^c\}$ は上下負荷面摩擦モデル（式(3)）に基づくマトリクス，荷重ベクトルである．以上を踏まえ，式(4)を躍度（加速度の物質時間微分）に線形性を仮定した Wilson- θ 法により陰的に解き，次刻の状態を予測する．接触力は，接触応力（1次のアイソパラメトリック要素で補間）の Gauss 積分として算出した．また，接触面上の各 Gauss 点で定義される物理量（接触応力，構造の程度，過圧密比，負荷状態）もまた，台形公式により陰的に状態更新する．これにより，接触力変動を境界面の状態変化（固着～すべり）とともに考慮可能な動的変形解析を実現した．

3. 非一様な法線応力分布が作用する単純せん断場でのすべり挙動

3.1 解析条件（動的平面ひずみ解析）

図2に示すような $1\text{m} \times 1\text{m}$ の弾性体10要素の上面を完全固定、底面を接触力境界とし、底面で解析対象と接触する母材に水平変位速度 $\mathbf{v}_m = \{v_{m,x} \ 0\}^T$ ($v_{m,x} = 0.001 \text{ m/s}$ で一定)を与えた。また、底面（接触力境界）での法線応力分布は図3に示す三角形分布を仮定した。ただし、非一様な法線応力分布がすべり挙動にどのような影響を与えるかを評価するため、底面に与えた三角形分布がせん断変形中に一定に保たれる境界条件を与えて解析を実施した。使用した各種パラメータおよび初期条件は表1に示す通りである。

3.2 解析結果

図2に示した節点1-6での水平変位 u_x の時刻歴を図4に示し、辺A-F上における摩擦力 F_t （接触応力水平成分の面積分）を図5に示す。図4を見ると、すべり発生頻度および変位量に接触面の水平位置に応じた差が生じている。法線応力が小さな左端側（節点1）では小さなすべりが高頻度で発生している（せん断開始後1000秒間に5回）。一方、法線応力が大きな右端側（節点6）では大きなすべり低頻度で生じている（せん断開始後1000秒間に1回）。この結果は、地震学分野においてFrohlich⁴⁾が示した有効土被り圧の大きな深部ほど地震の発生頻度が減少するという事実（図6）にも符合する。また、法線応力の小さな領域（辺A,B）で起きたすべりは中央領域で止まる（図5の時間帯①）が、法線応力の大きな領域（辺E,F）で起きたすべりは必ず左側まで伝播する（図5の時間帯②）。これは、①の時間帯では、辺A,Bで摩擦力が多少減少しても、系全体のせん断力は周辺領域（主に辺C）において受け持たれるため、接触面全域にすべりが伝播することはないが、②の時間帯では、辺E,Fでの摩擦力低下量が非常に大きく、周辺領域の摩擦抵抗ではその荷重増分を受け持てないため、すべりが接触面全域へ伝播し、加速度運動を伴ってすべりを生じることによる。

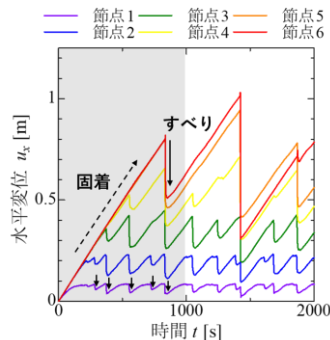


図4 水平変位 u_x の時刻歴

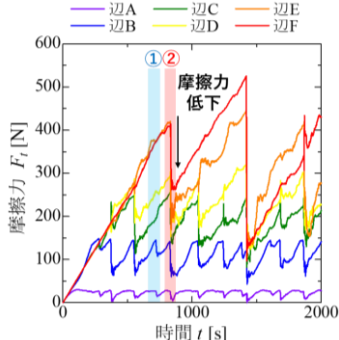


図5 摩擦力 F_t の時刻歴

表1 各種パラメータと初期条件

接触面の物性値	
静止摩擦係数 μ_s	0.4
動摩擦係数 μ_k	0.2
接線方向ペナルティ係数 α_t (kPa/m)	1000
法線方向ペナルティ係数 α_n (kPa/m)	1000
発展則パラメータ	
正規圧密度化指数 r	100
構造の軟化速度を規定する材料定数 κ	10
構造の軟化速度を規定する材料定数 m	1
構造の硬化速度を規定する材料定数 η	0.01
構造の硬化速度を規定する材料定数 n	1
弾性体パラメータ	
弾性係数 E (N/m ²)	1.0×10^3
ポアソン比 ν	0.0
密度 ρ (g/cm ³)	1.0
初期条件	
初期の構造の程度 R_0^*	0.5
初期接線応力 f_{t0} (Pa)	1.0×10^{-7}

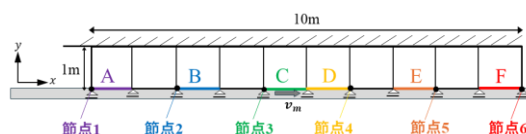


図2 解析メッシュ

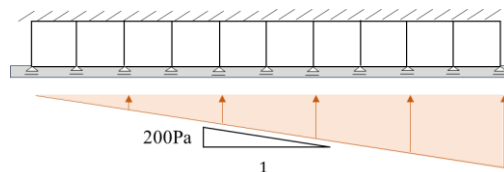


図3 接触面に与えた法線応力分布

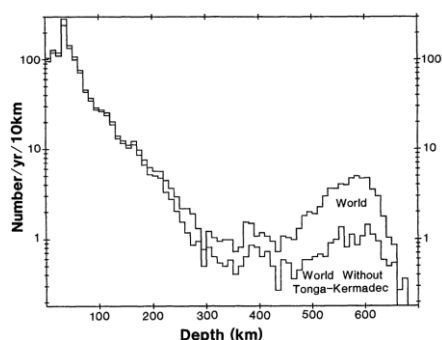


図6 すべりの発生頻度の深度分布⁴⁾

4. おわりに

本稿では、著者らの提案した上下負荷面摩擦モデルを接触力境界に導入した速度型動的微小変形弾性解析を用いて、非一様な法線応力分布が齎すすべりの非一様化について検証を行ったところ、法線応力の違いによってすべりの発生頻度やすべり変位に差を生じる結果が得られた。今後は、境界非線形性（摩擦）に加え、物体の弾塑性や有限変形の効果を考慮した水～土連成解析の境界条件に同モデルを適用し、ネガティブフリクションなどの地盤工学的問題の理解から断層面上での地震発生機構のモデル化に向けて研究を行ってゆく予定である。

謝辞 本研究は、科学研究費補助金（基盤研究(B)：課題番号 22H01586）の助成を受けて実施した。

参考文献)

- 1) Toyoda, T., Yasuike, R., Noda, T. (2024): Super/sub-loading surface model..., *Tribol. Int.*, **191**, 109080.
- 2) 安池, 豊田, 野田(2024): 上下負荷面摩擦モデルの初期値境界値問題..., 第59回地盤工学研究発表会, 23-10-4-07.
- 3) 安池, 豊田, 野田(2024): 上下負荷面摩擦モデルによる..., 第36回中部地盤工学シンポジウム, pp. 87-94.
- 4) Frohlich, C. (1989): The nature of deep-focus earthquake, *Ann. Rec. Earth Planet. Sci.*, **17**, pp. 227-254.