

一次元質点～バネ系を用いた時間依存性上下負荷面摩擦モデルの表現能力の検証

摩擦 弾塑性 stick-slip

名古屋大学 国際会員 ○野田 利弘

正会員 安池 亮

国際会員 豊田 智大

1. はじめに

構造物と地盤の相互作用問題を扱う数値解析においては、境界面での摩擦現象は極度に単純化してモデル化されることが多い。例えば、二物体間は常に固着されていて相対変位速度を生じない（完全固着条件）、境界面での摩擦力は一定で変化することはない（完全塑性すべり条件）などの理想化である。しかし、摩擦現象では、接触面の相対変位に伴う固着～すべり状態および静止摩擦力～動摩擦力の滑らかな遷移が予想される。剛塑性的な Coulomb の摩擦則ではその滑らかな増減を表現することができないため、これまで著者らは、摩擦力の連続的変化を記述可能な Ozaki et al.の時間依存性下負荷面摩擦モデル¹⁾に Asaoka et al.²⁾の上負荷面概念を導入した時間依存性上下負荷面摩擦モデル³⁾を提案してきた。静止摩擦係数より動摩擦係数の方が大きい状態を摩擦係数の「嵩張り」と捉え、それが接触面の「構造」に由来するとすることで摩擦係数の変化に物理的意味を与えたモデルとなっている。本稿では、同モデルの表現能力検証にあたり、法線応力の時間的な減少／増加が固着～すべり状態（stick-slip 現象）の挙動に与える影響を評価する。

2. 上下負荷面摩擦モデルの概要

本モデルは動摩擦係数 μ_k を傾きとする等方的な Coulomb の摩擦基準面を正規すべり面に取り、それに相似かつより高位な位置に相似比 $R^*(\mu_k/\mu_s \leq R^* \leq 1)$ のすべり上負荷面を定義する（図1）。これは、Asaoka et al.²⁾の「上負荷面」概念により、この静止摩擦係数が動摩擦係数より大きい状態を「摩擦係数の嵩張り」と捉え、その嵩張りが接触面の「構造」に起因して生じるとモデル化したものである。この静止摩擦に対応するすべり上負荷面に対してさらに相似かつ現応力を通る相似比 $R(0 < R^* \leq 1)$ のすべり下負荷面を設定する。これにより、正規すべり面より内側における塑性すべりの発生を許容している。正規すべり面・すべり上負荷面・すべり下負荷面の式は以下の通りである。

$$\text{正規すべり面: } \|f_t\| = \mu_k \|f_n\| \quad (1)$$

$$\text{すべり上負荷面: } \|f_t\| = (\mu_k/R^*) \|f_n\| \quad (2)$$

$$\text{すべり下負荷面: } \|f_t\| = (R\mu_k/R^*) \|f_n\| \quad (3)$$

ここに、 f_t, f_n は単位接触面積に作用する接触力ベクトル f の接線および法線方向成分である（図2）。 R^* の発展則は以下の式とした。

$$R^* \text{の発展則: } \dot{R}^* = \frac{R^{*2}}{\mu_k} \kappa \left(\frac{1}{R^*} - 1 \right)^m \|\bar{v}^p\| - \frac{R^{*2}}{\mu_k} \eta \left(1 - \frac{\mu_k}{\mu_s} \frac{1}{R^*} \right)^n \quad (4)$$

ここで、 κ, m, η, n は非負の材料定数、 μ_s, μ_k は静止摩擦係数、動摩擦係数であり、Toyoda et al.³⁾の表記法に倣い定義している。この発展則の κ を係数とする第一項は静止摩擦から動摩擦への摩擦力減少を塑性すべりに伴う構造の劣化として、 η を係数とする第二項は動摩擦から静止摩擦への摩擦力増加を時間経過に伴う構造の回復としてモデル化している（図3）。その他の弾塑性諸法則（相対速度の加算分解、弾性構成式、非関連流動則、 R の発展則）は Toyoda et al.³⁾に準拠し、塑性すべりの大きさを決める塑性乗数 Λ および接触応力速度 $\dot{f}$ とすべり速度 $\bar{v}$ の関係を次式で与える。

$$\Lambda = \frac{\left(\frac{\alpha_n R \mu_k}{R^*} n - \alpha_t t \right) \cdot \bar{v} - \eta R \left(1 - \frac{\mu_k}{\mu_s} \frac{1}{R^*} \right)^n \|f_n\|}{\alpha_t + \frac{U \mu_k \|f_n\|}{R^*} - R \kappa \left(\frac{1}{R^*} - 1 \right)^m \|f_n\|} \quad (5)$$

$$\dot{f} = \left(C^e - \frac{\alpha_t t \otimes \left(\frac{\alpha_n R \mu_k}{R^*} n - \alpha_t t \right)}{\alpha_t + \frac{U(R) \mu_k \|f_n\|}{R^*} - R \kappa \left(\frac{1}{R^*} - 1 \right)^m \|f_n\|} \right) \bar{v} + \frac{\alpha_t \eta R \left(1 - \frac{\mu_k}{\mu_s} \frac{1}{R^*} \right)^n \|f_n\|}{\alpha_t + \frac{U(R) \mu_k \|f_n\|}{R^*} - R \kappa \left(\frac{1}{R^*} - 1 \right)^m \|f_n\|} t \quad (6)$$

ここに、 n は接触面の外向き単位法線ベクトル、 $t = f_t / \|f_t\|$ である。 $C^e = -\alpha_n (n \otimes n) - \alpha_t (I - n \otimes n)$ は接触に関する弾性係数テンソル、 α_t, α_n は弾性係数（ペナルティ係数）、 $U(R) = -r \ln R$ (r は材料定数) である。

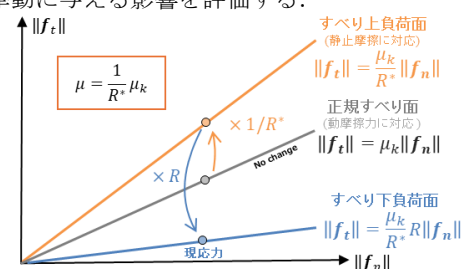


図1 上下負荷面

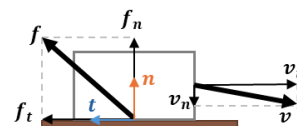
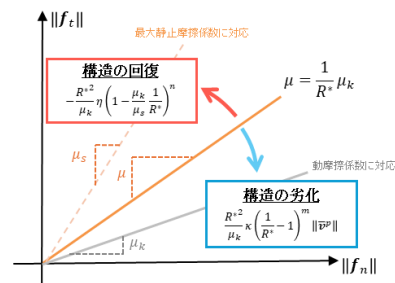


図2 各種変数の定義

図3 R^* の発展則の各項の意味合い

Verification of rate-dependent super/subloading surface friction model using one-dimensional mass-spring system.

Yasuike, R, Toyoda, T. and Noda, T., Nagoya University

3. 一次元質点～バネ系を用いた本摩擦モデルの再現能力検討

3.1 解析条件

図4に示すような一次元バネ～質点モデルの動力学計算を行った。ここで、物体の運動方程式は式(7)で与えられる。

運動方程式（速度型）： $M\dot{\mathbf{v}} = K(\mathbf{v}_{ex} - \mathbf{v}) + \mathbf{f}S + \mathbf{F}_{out}$ (4)

本解析では、式(4)を Wilson- θ 法で陰的に時間離散化し、表1に示す5ケースに対し解析を行った。Case1-3では、摩擦由来の動力学現象（安定すべりや stick-slip 現象）の表現可能性、Case3-5では、法線応力の時間的な増加・減少がすべりに与える影響を評価する。他のパラメータおよび初期条件は表2の通り設定した。初期時刻では物体は静止しているものとし、法線応力は物体の自重に対応する垂直抗力を与えている。

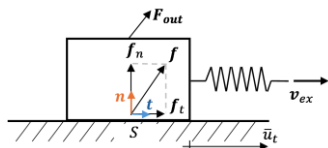


図 4 一次元バネ～質点モデル

表 1 実施ケース

	κ (mm ⁻¹)	η (s)	$\dot{F}_{out,n} (= \dot{F}_{out} \cdot \mathbf{n})$ (N/s)
Case 1	0	0	0
Case 2	10.0	0	0
Case 3	10.0	0.002	0
Case 4	10.0	0.002	-0.01
Case 5	10.0	0.002	0.01

3.2 解析結果

まず、表1で示す摩擦由来の動力学現象を呈する Case1-3 の接線方向の相対すべり変位 $\bar{u}_t$ —時間関係を図5に示す。構造が変化しない Case1（黒線）は、摩擦係数不変の条件である。この結果は間欠性のない様なすべり現象（安定すべり）が得られる。Case2（青線）では、階段状の相対変位—時間関係（stick-slip 現象）が一度だけ現れる。これは、静止摩擦力から動摩擦力への低下（軟化）を考慮したことで顕著なすべりが発生したためで、その後は Case1 同様の安定すべりが解かれた。構造の喪失・回復を表現可能な Case3（赤線）では、stick-slip 現象の特徴である階段状の挙動が解かれた。この間欠現象は、静止摩擦力から動摩擦力への強度低下（軟化）および動摩擦力から静止摩擦力への強度回復（時間依存性硬化）を表現したことによる。既往のモデル¹⁾の結果と同等の再現能力を有することが確認された。

次に表1に示した法線応力の影響を比較する Case3-5 における変位—時間関係と $\|f_t\| - \|f_n\|$ 関係（最大静止摩擦係数と動摩擦係数に対応する直線も併記）を図6に示す。Case4（緑線）では、接触面での法線応力増加によりすべりが抑制されるため、すべりの発生頻度は低く、1回あたりのすべり量は、Case3（赤線）より大きくなる。一方で、Case5（紫線）では、接触面での法線応力減少によりすべりが促進されるため、すべりの発生頻度は高く、1回あたりのすべり量は、Case3（赤線）より小さくなる。

4. おわりに

本稿では、静止摩擦力と動摩擦力の滑らかな遷移を「構造」の概念から説明する時間依存性上下負荷面摩擦モデルを用いて、その表現能力の検証結果を示した。本モデルは一次元質点～バネ系において、質点に作用する法線応力の増減が摩擦現象に与える影響を評価可能であることを明らかにした。その他の初期値問題で同モデルの適用性を検証した事例は安池ら⁴⁾に譲る。令和6年能登半島地震でも断層面への間隙水の供給が地震を誘発したと考えられている。今後は接触面における間隙水存在下で生じる有効法線応力の変動がすべり現象に及ぼす影響の解明に貢献してゆきたい。

謝辞 本研究は、科学研究費補助金（基盤研究(B)：課題番号 22H01586）の助成を受けて実施した。

参考文献）

1) Ozaki, S. et al. (2010) : Numerical analysis of stick-slip instability..., Tribology International, **43**(11), 2120-2133.
2) Asaoka, A. et al. (2000): Superloading yield surface concept for highly structured soil behavior, S&F, **40**(2), 99-110.
3) Toyoda, T., Yasuike, R. and Noda, T. (2024): Super/sub-loading surface model..., Tribology International, 191, 109080.
4) 安池, 豊田, 野田(2024): 時間依存性・上下負荷面摩擦モデルの..., 第29回計算工学講演会, 発表予定

表 2 各種パラメータと初期条件

接触面の物性値	
静止摩擦係数 μ_s	0.4
動摩擦係数 μ_k	0.2
接線方向のペナルティ係数 α_t (kPa/mm)	1000
法線方向のペナルティ係数 α_n (kPa/mm)	1000
発展則パラメータ	
正規圧密度化指数 r	100
構造喪失速度を規定する材料定数 m	1
構造回復速度を規定する材料定数 n	1
質点系パラメータ	
質量 M (kg)	10
バネ定数 K (N/mm)	10
ドライバー速度 v_{ex} (mm/s)	0.001
接触面積 S (mm ²)	1.0
初期条件	
初期の構造の程度 R_0^*	0.5
初期法線応力 f_{n0}	98.1
初期摩擦力 f_{t0}	1.0×10^{-6}

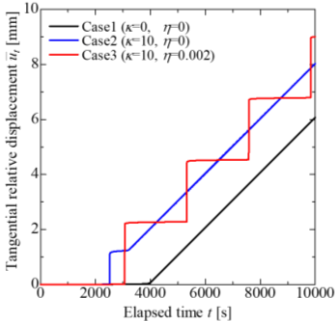
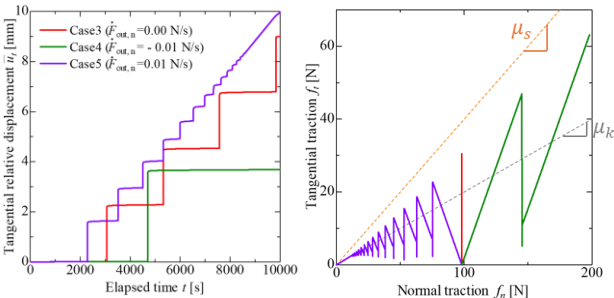


図 5 解析結果（Case1-3）



(a) 変位—時間関係 (b) $\|f_t\| - \|f_n\|$ 関係

図 6 解析結果（Case3-5）