

u-w-p formulation に基づく間隙水の浸透を伴って伝わる “圧密波” の一次元伝播解析

Analysis of "consolidation wave" propagation with pore water migration based on u-w-p formulation

○共正 豊田 智大^{*1}, 野田 利弘^{*1}, 松本 雅紀^{*1}
Tomohiro TOYODA^{*1}, Toshihiro NODA^{*1}, Masaki MATSUMOTO^{*1}
^{*1} 名古屋大学 Nagoya University

The most seismic wave propagation analyses of body waves (P- and S-waves) solve the one/multi-dimensional wave equation regarding the ground as a one-phase material. However, when considering the ground saturated by pore water as a two-phase material, the propagation mechanism differs from that of the one-phase material because of the relative acceleration of pore water, the geometric constraint on volume change, and the seepage of pore water. In this study, the characteristics of the solution to the two-phase wave equation is discussed including the generation of consolidation waves (C-waves, Fillunger and Heinrich) which are different from compression waves (P-waves). In addition, the representation of the undrained P-wave analysis by the equivalent one-phase wave propagation analysis is reported.

Key Words : Wave propagation, seismic response analysis, soil-water coupling, C-wave, *u-w-p* formulation

1. 緒 言

地震学における線形波動理論は、地球内部構造の探求に端を発するものであり、主として岩石材料（一相系線形弾性体）を対象にその体系が構築されてきた。一方、工学的基盤以浅の「地盤」においては

① 材料非線形性：地盤の弾塑性に由来する非可逆変形、サイクリックモビリティ、履歴減衰

② 幾何学的非線形性：地盤の大変形に伴う形状変化

により波動伝播過程における非線形性が顕在化するため、線形波動論をそのまま適用することは難しい。また、実地盤における震動特性を考える上では、

③ 地層間のインピーダンス比に応じた実体波の増幅

④ 三次元的な堆積構造に由来する実体波の反射（重複反射）と屈折（レンズ効果）

⑤ 表面波の発生と実体波との干渉（エッジ効果）

の影響も無視できない⁽¹⁾。著者らの研究グループでは、これまで主に③～⑤の影響について、堆積盆地や沖積平野の堆積構造に応じた震動特性の差異を系統的に考察してきた⁽²⁾⁽³⁾。ところが、浅部地盤においては、構成材料（土質材料）が多孔質体であり、間隙の大部分は水で飽和されているため、以下の点も無視できない。

⑥ 地盤は二相混合体である：液相相対加速度の発生、体積変化の幾何拘束、波動伝播中の浸透の発生

この視点は、土質材料特有の波動伝播特性を議論する上で欠かせない要因であるが、従来の地震学は間隙水の存在下での波動伝播はほとんど対象としておらず、この現象を適切に捉えるためには、水～土二相系波動論の構築と適用が不可欠となる。本稿では、*u-w-p* formulation に基づく動的二相系解析⁽⁴⁾により、圧縮波（P 波）とは異なる圧密波⁽⁵⁾の発生をはじめとする二相系波動方程式の解の特徴について考察する。また、完全非排水条件下に限り、二相系波動伝播解析と等価な一相系波動伝播解析が実現可能であることを示す。

2. 二相系波動論の要諦

2・1 はじめに

検討に先立ち、二相系波動論によりはじめて解かれうる現象について整理しておく。

(a) 間隙水による土骨格の体積変化の拘束

間隙水の浸透が一切生じない場合、飽和土の P 波速度は間隙水の体積弾性にほぼ支配される。土質力学においては、構成材料（土粒子・間隙水）の非圧縮性が仮定される場合が大半であるが、土骨格は圧縮性に富む。表 1 によれば、乾燥砂の P 波速度は 200~1000 m/s 程度であるのに対し、飽和砂の P 波速度は 1500~2000 m/s 程度にも達し、これは水の P 波速度 1400~1600 m/s とほぼ同じ水準である。これは、土骨格の一次元弾性係数より、間隙水の体積弾性係数が遥かに大きいことに由来する。

ところで、間隙水の浸透が一切生じないとすれば、二相系波動論は（材料定数を適切に設定すれば）一相系波動論で疑似的に代替することが可能となる。たとえば、間隙水を完全非圧縮とみなす二相系解析は、土骨格は等積変形を示すため、ポアソン比を 0.5 に近づけた一相系解析で代替可能である。第 3 章では、非排水二相系解析と等価な一相系解析が実現可能であることを示す。ただし、波動伝播中に媒質内での浸透を伴う場合には、以下の(b)のように、二相系解析の一相系解析による代替は困難となる。

(b) 間隙水の浸透現象/C 波（圧密波）の発生

二相系媒質中の圧縮波の伝播過程では、たとえ間隙水が非圧縮であっても、間隙水の浸透を伴う土骨格の体積変化（圧密）を生じうる。地震中の圧密は通常無視されるが、これは地震動の継続時間がせいぜい数十～数百秒程度であるのに対して、地盤の透水性が小さい場合は圧密に何日～何年もの時間を要することによる。事実、地盤工学分野においては、地震時応答とその後の沈下は別々に解かれ、土の繰り返し挙動、液状化強度曲線などは完全非排水条件での要素試験の結果をもとに評価されてきた。しかし、地盤の透水性が高い場合には、地震継続中の浸透・土骨格の体積変化を無視できない。

間隙水の浸透を伴って伝わる圧縮波は「C 波⁽⁷⁾」と呼ばれ、P 波とは異なる様相を呈する（表 2）。

- P 波：間隙水の密度変化を伴って生じる、非排水条件（透水係数ゼロ）でも生じる
- C 波：間隙水の浸透を伴って生じる、間隙水が非圧縮でも生じる、Darcy 抵抗に応じて減衰する

C 波は Plona⁽⁸⁾の実測により初めてその存在が実証され、P 波とは異なるモードを有する、二相系材料に特有の第 2 の圧縮波として、P2 波、Biot 波⁽⁹⁾とも呼ばれる⁽⁵⁾。第 4 章では、C 波の特徴について考察するとともに、

間隙水の動的浸透を考慮した $u-w-p$ formulation に基づく動的解析⁽⁴⁾による C 波の伝播解析の事例を紹介する。

Table 1 P-wave velocity of typical materials (referring Viengthong et al.⁽⁶⁾)

Materials	P-wave velocity (m/s)
Air	331.5
Water	1400-1600
Sandstone and shale	1000-4500
Limestone	2000-6000
Sand and gravel	500-1500
Shale	2000-4500
Conglomerate	10-800
Alluvium	500-2000
Sand (dry)	200-1000
Sand (saturated)	1500-2000
Clay	1000-2500

Table 2 Compressional wave propagation in fluid-saturated porous media

		Seepage flow	
		Considered	Neglected
Pore water compressibility	Considered	P-wave/C-wave	P-wave
	Neglected	C-wave	-

2・2 支配方程式

混合体理論⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾⁽¹²⁾に基づく $u-w-p$ formulation の基礎方程式を以下に示す。

$$\rho_s \ddot{\mathbf{u}}_s + \rho_f \ddot{\mathbf{u}}_f = (\lambda + 2\mu) \text{grad div } \mathbf{u}_s - \mu \text{rot rot } \mathbf{u}_s - \text{grad } p \quad (1)$$

$$\rho^f \ddot{\mathbf{u}}_f = -\text{grad } p - \frac{\gamma_w}{k} \mathbf{w} \quad (2)$$

$$\text{div } \dot{\mathbf{u}}_s + \text{div } \mathbf{w} = -\frac{n}{K_f} \dot{p} \quad (3)$$

ここに、式(1)~(3)はそれぞれ混合体の運動方程式、液相の運動方程式、水～土骨格連成式である。ただし、土骨格は Hooke 則にしたがう線形弾性体、液相に作用する抵抗則として Darcy 抵抗を仮定している。また、自重を無視し（つり合い位置を基準にとることと等価）、微小変形理論に基づく。 $\rho_s = (1 - n)\rho^s$, $\rho_f = n\rho^f$, ρ^s , ρ^f はそれぞれ固相、液相、土粒子、間隙水の密度、 $\mathbf{u}_s$, $\mathbf{u}_f$ は固相および液相の変位、 $\mathbf{w} = n(\dot{\mathbf{u}}_f - \dot{\mathbf{u}}_s)$ は間隙水の相対平均流速、 p は間隙水圧、 λ , μ は土骨格の Lamé 定数、 n , k , γ_w , K_f はそれぞれ間隙率、透水係数、水の単位体積重量、水の体積弾性係数である。式(1)は、浸透流を一切生じず ($\mathbf{u}_f = \mathbf{u}_s$)、かつ間隙水圧がゼロ ($p = 0$) のとき、一相系材料の Navier の方程式

$$\rho \ddot{\mathbf{u}}_s = (\lambda + 2\mu) \text{grad div } \mathbf{u}_s - \mu \text{rot rot } \mathbf{u}_s \quad (4)$$

に一致する。ここに、 $\rho = \rho_s + \rho_f$ は混合体の密度である。

次に、式(1)~(3)を Helmholtz 分解する。相 α の変位 $\mathbf{u}_\alpha$ を、スカラーポテンシャル ϕ_α とベクトルポテンシャル ψ_α を用いて

$$\mathbf{u}_\alpha = \mathbf{u}_\alpha^G + \mathbf{u}_\alpha^R, \quad \mathbf{u}_\alpha^G \equiv \text{grad } \phi_\alpha, \quad \mathbf{u}_\alpha^R \equiv \text{rot } \psi_\alpha, \quad \text{div } \psi_\alpha = 0 \quad (5)$$

とかくと、式(1)~(3)の gradient term および solenoidal term として、圧縮波およびせん断波の方程式がそれぞれ以下のとおり得られる。

● 圧縮波 (gradient term)

$$\rho_s \ddot{\mathbf{u}}_s^G + \rho_f \ddot{\mathbf{u}}_f^G = (\lambda + 2\mu) \Delta \mathbf{u}_s^G - \text{grad } p \quad (6)$$

$$\rho^f \ddot{\mathbf{u}}_f^G = -\text{grad } p - \frac{\gamma_w}{k} \mathbf{w}^G \quad (7)$$

$$\text{div } \dot{\mathbf{u}}_s^G + \text{div } \mathbf{w}^G = -\frac{n}{K_f} \dot{p} \quad (8)$$

● せん断波 (solenoidal term)

$$\rho_s \ddot{\mathbf{u}}_s^R + \rho_f \ddot{\mathbf{u}}_f^R = \mu \Delta \mathbf{u}_s^R \quad (9)$$

$$\rho^f \ddot{\mathbf{u}}_f^R = -\frac{\gamma_w}{k} \mathbf{w}^R \quad (10)$$

ここに、 Δ は Laplace 作用素である。これらの式について、以下の2点が重要である。

- ・ 間隙水圧 p が圧縮波の方程式(6)~(8)にのみ現れ、せん断波の方程式(9)~(10)には現れない。これに対し、元来 solenoidal term を有さない式(3)はせん断波の方程式には含まれない。このように、圧縮波とせん断波では、方程式の数も未知数の数も異なるが、いずれも閉じた系を構成している。
- ・ 液相の運動方程式について、液相加速度 $\ddot{\mathbf{u}}_f$ がゼロのとき、式(7)は、Darcy 則にしたがうポテンシャル流を与える。一方、式(10)は液相慣性に駆動される回転流を表すが、液相加速度 $\ddot{\mathbf{u}}_f$ がゼロのときは $\mathbf{w}^R = \mathbf{0}$ となり、「渦なし流れ」の条件式を与える。

まず、式(6)~(8)をもとに、圧縮波の一次元伝播について論ずる。まず、式(6)を一次元形式で書き下すと、

$$\rho_s \frac{\partial^2 u_s}{\partial t^2} + \rho_f \frac{\partial^2 u_f}{\partial t^2} = E_c \frac{\partial^2 u_s}{\partial x^2} - \frac{\partial p}{\partial x}, \quad E_c = \lambda + 2\mu = \frac{(1 - \nu)E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad (11)$$

$$\rho^f \frac{\partial^2 u_f}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\gamma_w}{k} n \left(\frac{\partial u_f}{\partial t} - \frac{\partial u_s}{\partial t} \right) \quad (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_s}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ n \left(\frac{\partial u_f}{\partial t} - \frac{\partial u_s}{\partial t} \right) \right\} = -\frac{n}{K_f} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (13)$$

ここに、 E_c は一次元弾性係数、 E はヤング率、 ν はポアソン比である。

(1) P 波 (浸透なし、間隙水圧縮性を考慮)

完全非排水条件下での P 波の方程式は、式(11), (13)において、非圧縮性より固相と液相の運動を等値 ($u_f = u_s$)、式(12)において透水係数を $k = 0$ とすることと等価) することにより導出される。

$$\frac{\partial^2 u_s}{\partial t^2} = c_p^2 \frac{\partial^2 u_s}{\partial x^2}, \quad c_p = \sqrt{\frac{E_c + \frac{K_f}{n}}{\rho}} \quad (14)$$

ここに、 c_p はP波（非排水波）速度である．

(2) C波（浸透あり，間隙水圧縮性を無視）

C波（圧密波）の方程式は，式(11)~(13)において，間隙水を非圧縮（ $K_f \rightarrow \infty$ ）とすることにより導出される．

$$\frac{\partial^2 u_s}{\partial t^2} = c_c^2 \frac{\partial^2 u_s}{\partial x^2} - \frac{c_c^2}{c_v} \frac{\partial u_s}{\partial t}, \quad c_c = \sqrt{\frac{E_c}{\rho'}}, \quad c_v = \frac{kE_c}{\gamma_w}, \quad \rho' = \rho_s + \frac{\rho_f}{e^2} \quad (15)$$

ここに、 c_c はC波（圧密波）の非減衰波速、 c_v は圧密係数（透水係数 k に比例）、 $e = n/(1-n)$ は間隙比である．式(15)は「減衰波動方程式」の形をしており，完全排水条件（ $k \rightarrow \infty$ ）では非減衰の波動方程式を，左辺の慣性力項を無視した場合は圧密方程式にそれぞれ帰着する．その理論解は複数の固有モードの表現され，各固有モードは透水係数に応じて過減衰～減衰振動を示す⁽¹³⁾．P波では減衰を一切生じないのに対し，C波では，浸透力が速度に比例する抵抗力として作用するため，伝播過程において減衰を生じる．また，式(14)，(15)のP波速度 c_p とC波の非減衰波速 c_c について，表示式中の分母の密度が ρ と ρ' で異なるが，これはP波では固相と液相で同一の運動を生じるのに対し，C波では固相と液相で異なる運動を呈することによる．

(3) S波

完全非排水条件下でのせん断波の方程式は，式(9)より，次式となる．

$$\frac{\partial^2 u_s}{\partial t^2} = c_s^2 \frac{\partial^2 u_s}{\partial x^2}, \quad c_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \quad G = \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (16)$$

ここに、 G はせん断弾性係数である．一方，間隙水の浸透を許容する場合は式(10)より減衰を伴う回転流を生じるため，せん断波の方程式も式(15)とは異なるが，本稿では議論の対象としない．

3. 一相系解析によるP波・S波の疑似二相系解析

本章では，間隙水の浸透が一切生じない場合の二相系波動伝播であれば，一相系波動論（既往の地震学）における材料定数を適切に設定することで十分に説明可能であることを示す．

3・1 等価一相系弾性体

二相系弾性体（土骨格の弾性係数 E ，ポアソン比 ν ，間隙水の体積弾性係数 K_f ，混合体密度 ρ ，間隙率 n ）と同一のP波速度・S波速度・密度を有する等価一相系弾性体（弾性係数 E' ，ポアソン比 ν' ，密度 ρ' ）を考える．両媒質でP波速度・S波速度・密度が同一となるための条件式は，次式で与えられる．

$$E_c + \frac{K_f}{n} = E'_c, \quad E'_c = \frac{(1-\nu')E'}{(1+\nu')(1-2\nu')} \quad (17)$$

$$G = G', \quad G' = \frac{E'}{2(1+\nu')} \quad (18)$$

$$\rho = \rho' \quad (19)$$

式(17)~(19)より，等価一相系弾性体の物性値(E', ν', ρ')は次式で決定できる．

$$E' = \frac{G \left\{ 3 \left(E_c + \frac{K_f}{n} \right) - 4G \right\}}{\left(E_c + \frac{K_f}{n} \right) - G} \quad (20)$$

$$\nu' = \frac{\left(E_c + \frac{K_f}{n} \right) - 2G}{2 \left(E_c + \frac{K_f}{n} \right) - 2G} \quad (21)$$

$$\rho' = \rho \quad (22)$$

ここに，

$$E_c = \frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad \rho = (1-n)\rho^s + n\rho^f \quad (23)$$

式(20), (21)より, 間隙水を非圧縮と見做す場合 ($K_f \rightarrow \infty$) では, 等価一相系材料の弾性パラメータを $E' \rightarrow 3G$, $\nu' \rightarrow 1/2$ と設定すればよいことがわかる. また, K_f が有限の場合について, $(E', \nu') \sim K_f$ 関係を図 1 に示す. なお, また, 間隙水の体積弾性を無視する場合 ($K_f \rightarrow 0$) では, 等価一相系材料の弾性係数 (E', ν') は土骨格の弾性係数 (E, ν) に一致する.

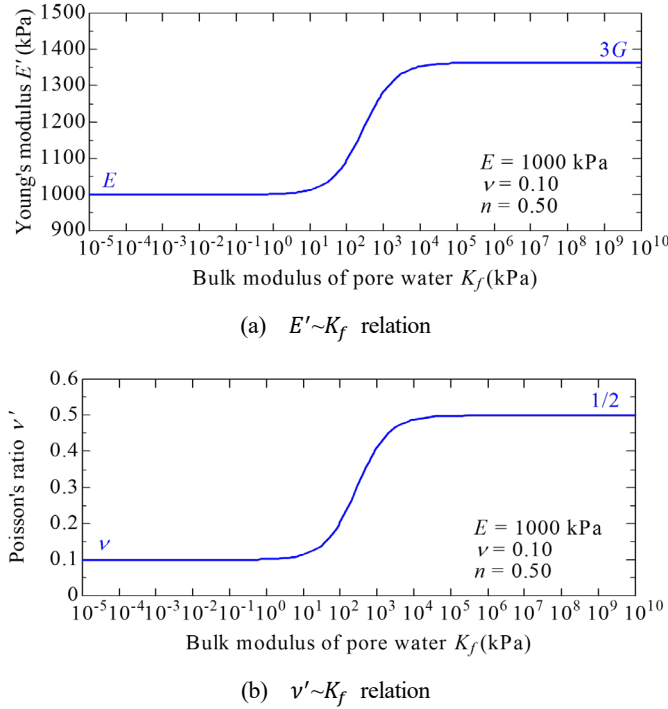


Fig 1 Relationship between elastic constants for equivalent one-phase material (E', ν') and bulk modulus of pore water K_f

3・2 疑似二相系解析

等価一相系材料の動的微小変形解析が, 非排水条件下での二相系解析と同一の解を与えることを確認する. 均質様な弾性体からなる図 2 の一次元弾性柱 (上下端固定) について, 以下の 2 つの解析を行った.

- ・ P 波伝播解析: 軸直交方向変位をすべて固定し, 模型中央 (点 A) に鉛直調和外力 $f = f_0 \sin \omega t$ を与える
- ・ S 波伝播解析: 軸方向変位をすべて固定し, 模型中央 (点 A) に水平調和外力 $f = f_0 \sin \omega t$ を与える

ただし, 外力振幅 $f_0 = 0.5$ kPa, 角速度 $\omega = 2\pi$ とした. 二相系材料の材料定数は, ヤング率 $E = 1000$ kPa, ポアソン比 $\nu = 0.10$, 間隙率 $n = 0.50$, 密度 $\rho = \rho^s = \rho^f = 1.0$ g/cm³, 透水係数 $k = 0$, 間隙水の体積弾性係数 $K_f = 1.13 \times 10^6$ kPa とした. これと等価な疑似一相系材料の物性値は, 式(20)~(22)より算定し, $E' = 1363$ kPa, ポアソン比 $\nu' = 0.499488$, 密度 $\rho' = 1.0$ g/cm³ とした. なお, 変位の理論解は, 波速を c として, 次式で与えられる⁽¹⁴⁾.

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t) \sin \frac{n\pi x}{h} \quad (24)$$

$$T_n(t) = \frac{2f_0}{h} \left\{ \frac{\sin \omega t}{\omega_n^2 - \omega^2} - \frac{\omega \sin \omega_n t}{\omega_n(\omega_n^2 - \omega^2)} \right\} \sin \frac{n\pi}{2}, \quad \omega_n = \frac{n\pi c}{h} \quad (25)$$

非排水二相系解析および等価一相系解析により得られた固相変位の時刻歴を図 3~4 に示す. 両手法による S 波/P 波の解析結果はほぼ一致していることから, 等価一相系解析による非排水二相系解析の再現可能性が示された. 本手法は, 波動伝播が準非排水条件下で生じる低透水性土の波動伝播解析・地震応答解析においては十分に妥当すると考えられる.

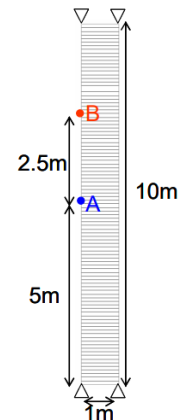


Fig 2 Finite element mesh⁽¹⁴⁾

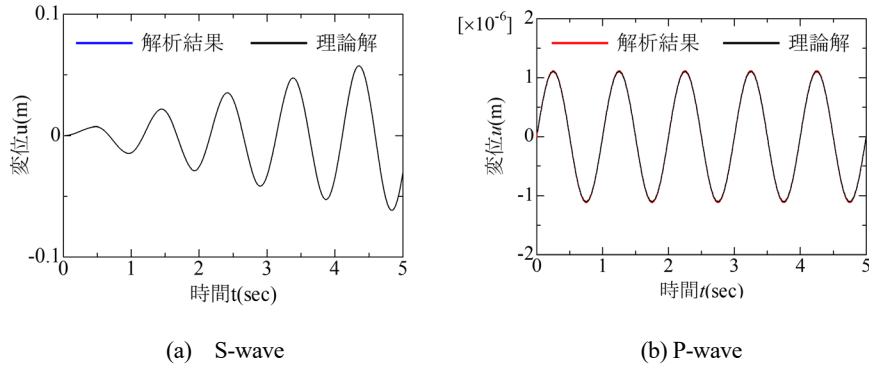


Fig 3 Two-phase analysis

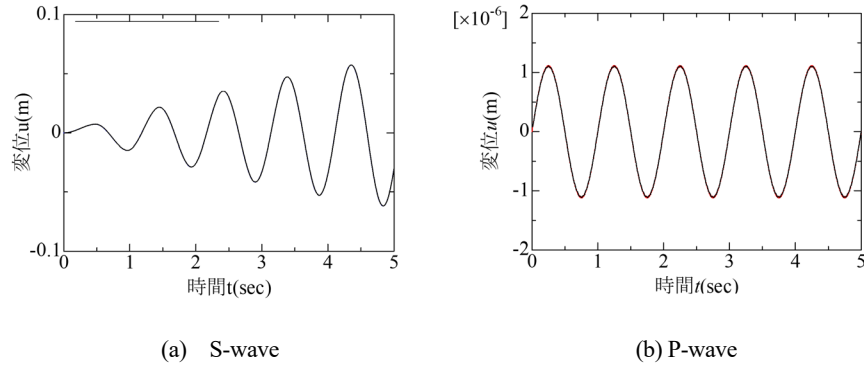


Fig 4 Equivalent one-phase analysis

4. C波の u-w-p 二相系波動伝播解析

本章では、間隙水の動的浸透を伴って生じるC波の伝播過程を、間隙水の土骨格に対する相対加速度を考慮した u - w - p formulation に基づく動的水～土骨格連成解析⁽⁴⁾により解いた事例を紹介する。

4・1 解析条件

均質一様な弾性体からなる図5の一次元弾性柱（長さ $H = 100$ m）の下端（点O）に軸方向の土骨格加速度として Ricker 波

$$\ddot{u}_s(x, t) = A_0 \{1 - 2\pi^2 f_M^2 (t - t_0)^2\} e^{-\pi^2 f_M^2 (t - t_0)^2} \quad (26)$$

を入力し、これが上端に向かって伝播してゆく過程を解く．ここに、ピーク周波数 $f_M = 10$ Hz, 最大加速度 $A_0 = 1$ m/s², 最大加速度実現時刻 $t_s = 0.2$ s とする．水理境界条件は、下端を完全排水条件、上端を非排水条件とする．

材料定数は、原則として前章の二相系解析に準拠するが、間隙水圧縮性を無視し ($K_f \rightarrow \infty$), 透水係数 $k = 10^2$ m/s を設定している点が異なる．このとき、減衰波動方程式(15)の全固有モードが減衰振動を示すこととなる．

4・2 解析結果

図5の点O～Cにおける軸方向固相変位の時刻歴を図6に示す．同図より、点Oの変位波形が、点A（赤）→点B（黄）→点C（青）と伝播してゆく様子が解かれ、その過程で変位振幅が次第に小さくなる様子が解かれた．

まず、解析により得られた伝播速度がC波理論解⁽⁴⁾の伝播速度と一致するか確認する．厳密には、伝播速度はモード毎に異なる (n 次モードのC波速度は $c_{cn} = c_c \sqrt{1 - c_c^2 / 4c_v^2 \lambda_n^2}$,

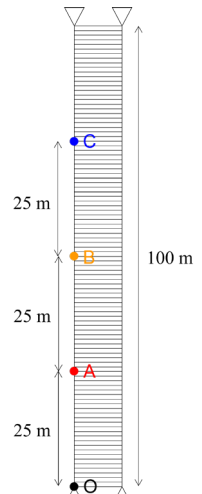


Fig 5 Finite element mesh

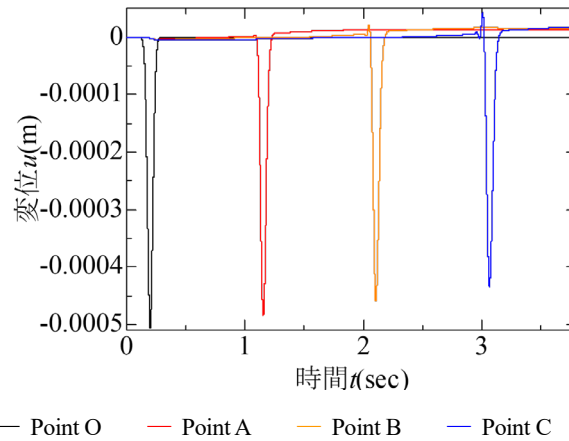


Fig 6 Analysis result: C-wave propagation based on $u-w-p$ formulation

$\lambda_n = n\pi/H$, 実体波にもかかわらず分散性を有する点は興味深い) が, 今回の材料定数に対してでは $c_{cn} \equiv c_c$ となることから, 簡単のため非減衰波速 c_c をもとに比較を行う. 図 6 より求まる C 波波速は 26 m/s 程度であり, 式 (15) より求まる非減衰速度 $c_c = 32$ m/s より 2 割程度小さな値となった. 一方, C 波が地点 x_1 から x_2 まで伝播するときの振幅減衰率は $u_2/u_1 = \exp(-c_c^2 \Delta t / 2c_v) = \exp(-c_c \Delta x / 2c_v)$ で与えられるが, 解析により得られた区間 O-A, A-B, B-C での振幅減衰率はいずれの区間においても 0.95 であり, 理論値 $u_2/u_1 = 0.96$ とほぼ一致する結果となった.

なお, 同条件での解析を, 間隙水の相対加速度を考慮しない $u-p$ formulation で実行したところ, 解析のごく初期段階で解が破綻する結果となった. このことから, 間隙水の動的浸透を伴って伝わる C 波の伝播解析は, Full formulation (本稿では $u-w-p$ formulation) が必須となることを確認した.

5. 結 語

本稿では, 二相系媒質における波動伝播を対象に, 間隙水の浸透を伴わない P 波/S 波の波動伝播であれば等価一相系波動論により説明可能であること, 間隙水の浸透を伴う C 波の波動伝播解析は Full formulation (本稿では $u-w-p$ formulation) によってのみ実行可能であることなどを示した. 今後は, P 波と C 波を同時に生じうる条件下での波動伝播や, S 波の伝播過程における間隙水の浸透 (回転流) の影響についても考察したい.

謝 辞

本研究は, 科学研究費補助金 (若手研究: 課題番号 22K14324) の補助を受けて実施した.

文 献

- (1) 川瀬博, 林康裕, 兵庫県南部地震時の神戸市中央区での基盤波の逆算とそれに基づく強震動シミュレーション, 日本建築学会構造系論文集, Vol. 61 (1996), pp. 67-76.
- (2) Nakai, K., Asaoka, A., and Sawada, Y., Liquefaction damage enhanced by interference between the body wave and surface wave induced from the inclined bedrock, *Japanese Geotechnical Society Special Publication*. (2016), pp. 723-728.
- (3) 野田利弘, 豊田智大, 岩井周平, 浅岡顕: 三次元的な地下構造を有する堆積盆地の水～土骨格連成弾塑性地震応答解析, 日本地球惑星科学連合 2021 年大会 (2021), SSS11-P01.
- (4) Noda, T. and Toyoda, T., Development and verification of a soil–water coupled finite deformation analysis based on $u-w-p$ formulation with fluid convective nonlinearity, *Soils Found.*, Vol. 59 (2019), Issue 4, pp. 888-904.
- (5) Ding, Z., Gervasio, P. Zhang, W. and Yang, Z., Fillunger–Heinrich’s Theory of Porodynamics: Predictive Power and Analytical Solution. *J. Eng. Mech.*, Vol. 148 (2022), 04021160.

- (6) Viengthong, X., Minh, D., Nguyen A. and Vu, M., Seismic Refraction Exploration for Groundwater Potential Evaluations: A Case Study of Vientiane Province, Laos, *VNU Journal of Science Earth and Environmental Sciences*, Vol. 36 (2020), 90-101.
- (7) Ding, H.B., Tong L.H., Xu, C.J., Zhao, X.S. and Nie, Q. X., Dynamic responses of shallow buried composite cylindrical lining embedded in saturated soil under incident P wave based on nonlocal-Biot theory, *Soil Dyn. Earthquake Eng.*, Vol. 121 (2019), pp. 40-56.
- (8) Plona, T.J., Observation of a second bulk compressional wave in a porous medium at ultrasonic frequencies, *Appl. Phys. Lett.*, Vol. 36 (1980) pp.259-261.
- (9) Nakagawa, K., Soga, K. and Mitchell. J.K., Observation of Biot compressional wave of the second kind in granular soils. *Géotechnique*, Vol. 47 (1997), pp.133-147.
- (10) Fillunger, P., *Erdbaumechanik?* (1936), Vienna, Austria: Slebst-verlag des Verfassers.
- (11) Heinrich, G., Wissenschaftliche Grundlagen der Theories der Setzung von Tonschichtten (in German), *Wasserkraft und Wasserwirtsch*, Vol. 33 (1938), pp. 5-10.
- (12) Biot, M. A. General theory of three-dimensional consolidation, *J. App. Phys.*, Vol. 12 (1941), pp. 155-164.
- (13) Toyoda, T. and Noda, T., Numerical simulation based heuristic investigation of inertia-induced phenomena and theoretical solution based verification by the damped wave equation for the dynamic deformation of saturated soil based on the u-w-p governing equation, *Soils Found.*, Vol. 61 (2021), Issue 2, pp. 352-370.
- (14) 竹内秀克：自然／人工地盤～土構造物系の耐震性評価とその強化技術の開発に関する研究，名古屋大学学位論文 (2011)， pp. 5-30.