

封入空気の圧縮性を考慮した 不飽和シルト三軸供試体の吸水破壊シミュレーション

Numerical simulation on water absorption failure of unsaturated silt triaxial specimen
considering compressibility of trapped air

吉川高広¹⁾, 吉川響貴²⁾, 野田利弘³⁾

Takahiro Yoshikawa, Hibiki Yoshikawa and Toshihiro Noda

1) 博(工) 名古屋大学 大学院工学研究科 助教 (〒464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail:

yoshikawa.takahiro.d3@f.mail.nagoya-u.ac.jp)

2) 学(工) 名古屋大学 大学院工学研究科 学生 (〒464-8603 名古屋市千種区不老町)

3) 博(工) 名古屋大学 大学院工学研究科 教授 (〒464-8603 名古屋市千種区不老町)

Numerical simulation on water absorption failure test of unsaturated silt triaxial specimen due to suction decrease and pore pressure increase was conducted using a soil skeleton - capillary water - trapped air - continuous air coupled finite deformation analysis code considering inertia force. As a result, it was shown that the behavior of increasing saturation degree during the process of increasing pore pressure after suction decrease can be described by compressing the trapped air. In addition, the result was compared with that of numerical simulation in which inertia force was not taken into account.

Key Words : Unsaturated Soil, Elastoplastic Analysis, Inertia Force, Water Absorption Failure

1. はじめに

著者らはこれまでに、降雨による斜面崩壊のメカニズム解明を見据えて、不飽和・非塑性シルト三軸供試体の吸水破壊試験とその数値解析を実施してきた^[1]。本稿では、新たに封入空気と連続空気の両方を連成させた土骨格～毛管水～封入空気～連続空気連成有限変形解析コード^[2]を用いて数値解析を行い、土供試体の吸水時の変形・破壊挙動を表現するためには、封入空気の圧縮性を考慮する必要があることを示す。

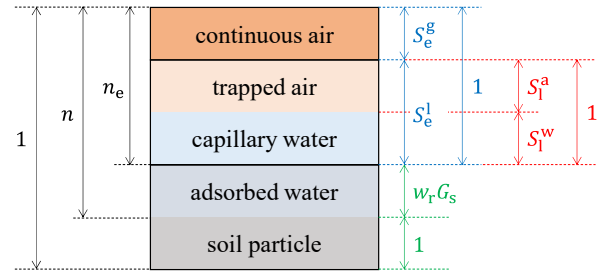


図-1 土の示相図および各種諸量の定義
(全て体積に関する諸量)

2. 解析手法^[2]の概要

図-1は本解析手法における土の示相図を示す。土を「土粒子」、「吸着水」、「毛管水」、「封入空気」および「連続空気」に明確に分けて扱う。土粒子と吸着水が一体となって「土骨格」を形成し、土粒子と吸着水を除く部分を土骨格の変形に有効な間隙（以後「有効間隙」）と考える。有効間隙が土全体に占める体積割合を有効間隙率 n_e とする。なお、間隙率 n は吸着水も含めた間隙が土全体に占める体積割合である。封入空気は毛管水の上に封入されていると仮定して、毛管水+封入空気が有効間隙に占める体積割合を有効飽和度 S_e^l と新たに定義し、 S_e^l とサクションを水分特性モデルで関係付け、 $S_e^g = 1 - S_e^l$ とする。また、毛管水が毛管水+封入空気に占める体積割合を毛管水飽和度 S_1^w と新たに定義し、 $S_1^a = 1 - S_1^w$ とする。吸着水は、高サクション時に土粒子表面に吸着した水であるため、含水比 w_r で定義し、本論文では材料定数として与える。図-1中の G_s は土粒子の比重であり、土粒子の体積を1としたとき、吸着水の体積は $w_r G_s$ になる。

不飽和土が土骨格、毛管水、封入空気、連続空気の「四相」で構成されると考えるため、既往の三相系解析と異なり、四相に対して運動方程式や質量保存式を記述する。本稿では詳細な式変形を省略するが、 $u-p$ formulation^[3]に基づき、de Boer^[3]、西村^[4]、Noda et al.^[5]、Noda and Yoshikawa^[6]に倣って定式化する。その結果、最終的には次に示す運動方程式、毛管水～土骨格連成式、封入空気～土骨格連成式および連続空気～土骨格連成式を得る。

$$\rho \dot{\mathbf{v}}_s = \text{div } \mathbf{T} + \rho \mathbf{b} \quad (1)$$

$$\rho^{lw} S_e^l S_1^w \text{div } \mathbf{v}_s + \text{div } \{ \rho^{lw} (\mathbf{v}_{lw} - \mathbf{v}_s) \} + n_e \rho^{lw} S_1^w S_e^l + n_e \rho^{lw} S_e^l S_1^w + \frac{n_e S_e^l S_1^w \rho^{lw}}{K_w} \dot{p}^l = 0 \quad (2)$$

$$\rho^{la} S_e^l S_1^a \text{div } \mathbf{v}_s + \text{div } \{ \rho^{la} (\mathbf{v}_{la} - \mathbf{v}_s) \} + n_e \rho^{la} S_1^a S_e^l + n_e \rho^{la} S_e^l S_1^a + \frac{n_e S_e^l S_1^a \rho^{la}}{K_a} \dot{p}^l = m_{la} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \rho^{ga} S_e^g \operatorname{div} \mathbf{v}_s + \operatorname{div} \{ \rho^{ga} (\mathbf{v}_{ga} - \mathbf{v}_s) \} \\ & + n_e \rho^{ga} \dot{S}_e^g + \frac{n_e S_e^g \rho^{ga}}{K_a} \dot{p}^g = m_{ga} \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、上付き“ $\cdot$ ”は土骨格から見た物質時間微分を表す。 $\mathbf{v}_s$ は土骨格の速度ベクトル、 $\dot{\mathbf{v}}_s$ は土骨格の加速度ベクトル、 $\mathbf{T}$ は全Cauchy応力テンソル（引張が正）、 $\mathbf{b}$ は単位質量あたりの物体力ベクトルである。 p^l は毛管水の圧力、 p^g は連続空気の圧力であり、封入空気の圧力は毛管水の圧力 p^l に等しいと仮定する（ p^l と p^g は圧縮が正）。 ρ は土全体の密度、 ρ^{lw} 、 ρ^{la} および ρ^{ga} はそれぞれ、毛管水、封入空気および連続空気の単体としての真の密度、 ρ_{lw} 、 ρ_{la} および ρ_{ga} はそれぞれ、毛管水、封入空気および連続空気の混合体の構成要素としての密度である。 $\mathbf{v}_{lw}$ 、 $\mathbf{v}_{la}$ および $\mathbf{v}_{ga}$ はそれぞれ、毛管水、封入空気および連続空気の速度ベクトルである。 K_w と K_a はそれぞれ水と空気の体積弾性係数である。また、 m_{la} と m_{ga} はそれぞれ、封入空気と連続空気が単位時間・単位体積あたりに湧き出す質量である。本研究では封入空気と連続空気の質量交換のみを考えており、 $m_{la} + m_{ga} = 0$ とする。

初期値・境界値問題に対する解は、式(1)の3式に式(2)、式(3)、式(4)を加えた合計6式に対して、 $\mathbf{v}_s$ の3成分と p^l 、 p^g 、 S_e^l の計6個を未知数として求める。なお、有効飽和度 S_e^l は水分特性モデルから計算する。また、運動方程式は幾何学的非線形性と材料非線形性を考慮するために、土骨格から見た物質時間微分を施した速度型で表す^[5]。空間離散化手法について、式(1)の運動方程式に対しては有限要素法を適用し、式(2)から(4)の間隙流体と土骨格の連成式に対してはChristian流^[7]または田村流^[8]の物理モデルを拡張^[5]、^[9]して用いる。時間離散化手法について、Wilsonの θ 法^[10]に準拠した加速度の1階の時間微分である「躍度」の線形変化を仮定する手法^[5]を用い、毛管水の圧力、連続空気の圧力および毛管水飽和度に関しては、それらの速度の線形変化を仮定する手法を用いる。

3. 実験条件と解析条件

(1) 実験条件

実験に用いた三軸試験機について、供試体下端では微細多孔質膜^[11]を用いて水圧を、上端では撥水性のポリフロンフィルターを用いて空気圧を、それぞれ独立して制御した。体積変化は、二重セルシステムを用いて、内セルの水位変化から算出した。実験に用いた土試料は非塑性シルト（DLクレイ、土粒子密度2.70）である。実験手順を以下に示す。(i) 含水比20%になるように調整した土試料をモールド内で静的に締固めて、間隙比1.18、飽和度46%の円筒供試体（直径50mm、高さ100mm）を作製する。(ii) 供試体を三軸試験機に設置し、排気非排水条件下でセル圧を20kPaまで上昇させる。供試体の体積変化が収束後、セル圧と空気圧を同時に上昇させて、セル圧270kPa、空気圧250kPaにする。(iii) 排気非排水条件下でセル圧を

450kPaまで上昇させる（基底応力200kPa）。このとき供試体下端での計測水圧は約230kPa（サクション約20kPa）であった。その後、供試体のサクションを変えないように水圧を調節して排水条件に変えた。(iv) 水圧を230kPaから250kPaまで上昇させて、サクションを20kPaから0kPaに低下させる。(v) 水圧を250kPaから230kPaまで低下させて、サクションを0kPaから20kPaに上昇させる。(vi) 側圧一定の排気排水条件下で応力比が1になるまで、定率軸荷重速度で三軸圧縮する。(vii) 軸荷重を一定に保ち、サクションを0kPaに低下（水圧を250kPaまで上昇）させ、吸水させる。(viii) サクションは0kPaのまま、間隙圧を（空気圧と水圧を同時に）10kPaずつ上昇させることで、供試体をさらに吸水させて、最終的には軸ひずみが20%に達するまで実験を行った。

(2) 解析条件

本研究においては、土骨格の構成モデルとしては不飽和の効果を考慮した弾塑性構成式SYS Cam-clay model^[12]を、水分特性モデルとしてはGallipoliのモデル^[13]を、2.で説明した解析コードに搭載した。各モデルの材料定数はYoshikawa and Noda^[2]のDLクレイの値を用いた。表-1は土

表-1 土骨格の構成モデルに関する材料定数と初期値

弾塑性パラメータ		
$S_e^l = 1$ における正規圧密線の p' = 98.1 kPa, $q = 0$ kPa のときの 比体積	N	1.99
$S_e^l = 0$ における限界状態線の p' = 98.1 kPa, $q = 0$ kPa のときの 比体積	N_r	2.12
限界状態定数	M	1.23
圧縮指数	$\tilde{\lambda}$	0.05
膨潤指数	$\tilde{\kappa}$	0.01
ポアソン比	ν	0.3
発展則パラメータ		
正規圧密土化指数	m	1.3
構造劣化指数 ($b = c = 1.0$)	a	1.0
構造劣化指数	c_s	0.8
回転硬化指数	b_r	0.0
回転硬化限界定数	m_b	0.0
初期値		
間隙比	e_0	0.995
構造の程度	$1/R_0^*$	2.58
過圧密比	$1/R_0$	1.0
応力比	η_0	0.0
異方性の程度	ζ_0	0.0
毛管水圧 kPa	p_0^l	250.0
連続空気圧 kPa	p_0^g	250.0
有効飽和度 %	S_{e0}^l	100.0

表-2 水分特性モデルに関する材料定数と初期値
およびその他の物性値

不飽和浸透特性		
van Genuchten パラメータ kPa^{-1}	α	0.07
van Genuchten パラメータ ($m' = 1 - 1/n'$)	n'	1.87
Gallipoli パラメータ	ψ	3.0
吸着水含水比 %	w_r	0.0
封入空気遷移パラメータ	α^*	2.8
連続空気遷移パラメータ	μ^*	3.0
空気侵入値	p_{AEV}^s	5.0
飽和透水係数 m/s	k_s^w	3.73×10^{-6}
乾燥透気係数 m/s	k_d^a	2.06×10^{-4}
初期値		
毛管水飽和度 %	S_{l0}^w	79.8
飽和度 %	S_{r0}	79.8
その他の物性値		
土粒子密度 g/cm^3	ρ^{ss}	2.704
水の体積弾性係数 kPa	K_w	2.19×10^6
空気の気体定数 $\text{m}^2/\text{s}^2/\text{K}$	$\bar{R}$	287.04
絶対温度 K	θ	293.15 (20 °C)

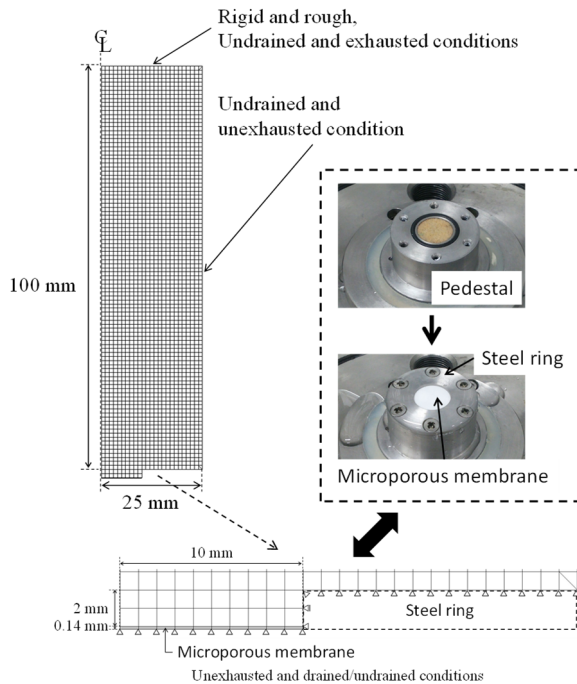


図-2 有限要素メッシュ図と境界条件

骨格の構成モデルの材料定数と初期値を示す。表-2は水分特性モデルの材料定数と初期値およびその他の物性値を示す。3.(1)で説明した実験手順(v)を解析開始時として、このときの間隙比と飽和度の実験値を満たす初期値を設定した。図-2は解析に用いた有限要素メッシュ図と境界条件を示す。簡単のため、円筒供試体の軸対称性を仮定し、

重力の影響は無視した。上端は剛・摩擦のキャップの条件を表現するために節点間に束縛条件(長さ不変, 角度不変) [5], [14]を課した。下端は、図-2中に示すように、微細多孔質膜を厚さ2mmのスチールリングで固定した状態のペダスタルの条件を詳細に表現した。微細多孔質膜は二相系材料で変形しないものと仮定し、実験値と同じ透水係数($7.0 \times 10^{-8} \text{ m/s}$)を与えた。空気と水に関する境界条件は、上端で吸排気、下端で吸排水を制御した。せん断時は、実験と同様に、下端を鉛直方向に固定したまま上端から実験と同じ軸荷重速度で圧縮した。次章の解析結果は供試体を1要素として見た場合の見かけの挙動を示した。すなわち実験と同様に、供試体上端における等価節点反力から軸荷重を計算し、側圧を考慮して骨格応力を算定した。このとき、結果は実験と同様に、常に円筒形を仮定して断面補正を行った。軸ひずみは軸変位をせん断直前の供試体高さで除した値である。各種飽和度と体積ひずみ・排水量は、各要素の値を用いて供試体全体を体積平均して算出した。

4. 実験結果と解析結果

図-3はせん断過程における実験結果と解析結果の比較を示す。図中の○と△はそれぞれ、実験手順(vii)において軸荷重一定条件に変えた後に、サクシオン低下過程を開始した点と終了した点(間隙圧上昇過程を開始した点)を示す。まず、(a)軸ひずみ～軸差応力関係より、実験においては軸ひずみがサクシオン低下過程で3%程度、その後の間隙圧上昇過程でさらに大きく進展しており、解析においても程度の違いはあるものの、その挙動を表現できている。なお、軸荷重を一定に保っているが、軸変位の進展と体積膨張に伴って補正する断面積が大きくなるため、軸差応力は低下した。(b)平均骨格応力～軸差応力関係より、実験では限界状態線 $q=Mp'$ を超えたあたりから軸差応力が急激に低下しており、解析においてもその挙動をよく表現できている。サクシオン低下過程の変形挙動は土骨格の構成モデルに考慮した不飽和の効果により表現され、間隙圧上昇過程の変形挙動はCam-clay modelの特徴である $q=Mp'$ 上側での塑性体積膨張を伴う軟化挙動として表現される。次に、(c)体積ひずみ～軸ひずみ関係、(d)排水量～軸ひずみ関係および(e)飽和度～軸ひずみ関係より、解析結果は実験結果の体積変化と吸排水量の挙動をよく表現できている。特に(e)飽和度～軸ひずみ関係より、間隙圧上昇過程においてはサクシオンがゼロで一定にもかかわらず、飽和度が上昇する挙動を表現できている。このとき(f)毛管水飽和度～軸ひずみ関係より、毛管水飽和度が上昇している。間隙圧上昇過程では、サクシオンがゼロで一定であっても、間隙水圧の上昇に伴って封入空気が圧縮され、毛管水と置き換わるため、飽和度が上昇し得る。本解析コードではこの挙動を、封入空気相の質量保存式を支配方程式として連立し、毛管水飽和度を未知数として解いているため表現可能である。実際の斜面崩壊にお

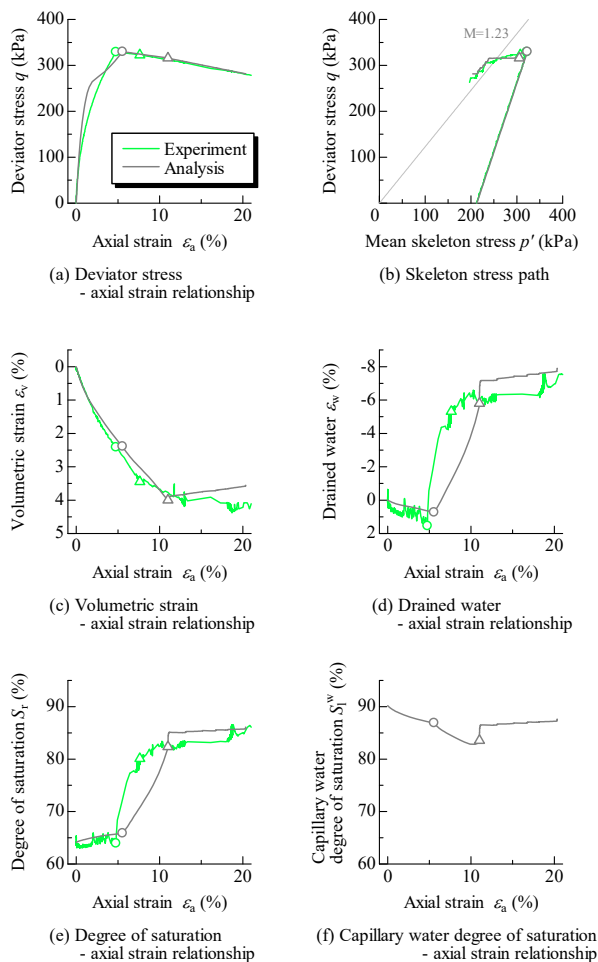


図-3 実験結果と解析結果の比較

いても、水分量の上昇が一旦収まった後、再度上昇する過程において大きな変形が生じることが観測されており^[15]、このような降雨による斜面崩壊時の特徴的な挙動を、本解析コードは表現できると考えている。

また、慣性力の効果を把握するために、力のつりあい式を解く場合との比較も行った。ここまで用いてきた解析コードでは、土全体の運動方程式に対して土骨格から見た物質時間微分を行い、加速度の1階時間微分項である躍度を直線と仮定して時間積分を行っている。これに対して、慣性力項がない力のつりあい式に対して物質時間微分を行い、速度を直線と仮定した場合との比較を行った。図-4は軸変位の速度～時間関係と加速度～時間関係の比較を示す。間隙圧を310kPaから320kPaに上昇させる過程に対して、運動方程式を解く場合の解析の初期値を引き継ぎ形で力のつりあい式を解く場合の解析を行った。ここでは両者ともに時間ステップ間隔を 2.5×10^{-3} 秒として、非常に小さい値を用いた解析を行った。力のつりあい式を解く場合には、図中に×で示す加速度が大きく生じ始めた点において解析結果が収束せず、解析を止めた。斜面の変形から破壊までを解析するためには、たとえ外力が降雨であったとしても、慣性力を考慮する必要があると言える。

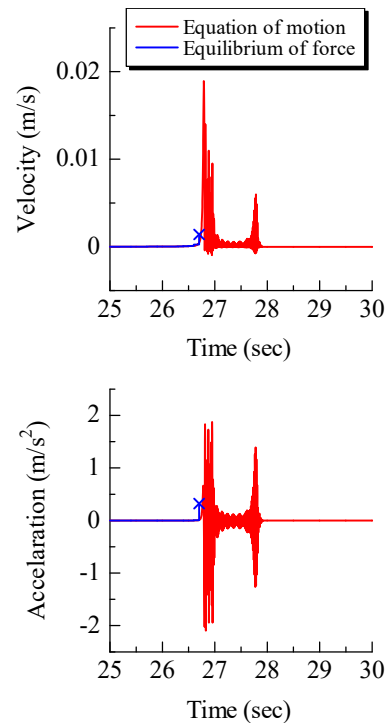


図-4 慣性力考慮の有無の比較

5. おわりに

不飽和・非塑性シルト三軸供試体を荷重一定条件下でサクシオン低下および間隙圧上昇により吸水破壊させる実験に対して、慣性力対応の土骨格～毛管水～封入空気～連続空気連成有限変形解析コード^[2]による数値解析を行った結果、サクシオン低下および間隙圧上昇による供試体の変形・破壊挙動を再現できることを示した。特に封入空気の圧縮性を考慮することで、サクシオン低下後の間隙圧上昇過程における飽和度上昇挙動を毛管水飽和度の増加として表現できることを示した。また、慣性力を含まない力のつりあい式を解く場合との比較を行い、慣性力考慮の必要性を示唆した。

謝辞: JSPS科研費20K14821と17H01289の助成を受けた。

参考文献

- [1] Noda, T. and Yoshikawa, T.: Two types of water absorption failure mechanism of unsaturated silt triaxial specimen, *Proceedings of the 20th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*, 1037-1041, 2022.
- [2] Yoshikawa, T. and Noda, T.: Soil-water-air coupled finite deformation analysis considering trapped air and continuous air phases, *Soils and Foundations*, submitted.
- [3] de Boer, R.: Contemporary progress in porous media theory, *Applied Mechanics Reviews*, 53(12), 323-369, 2000.
- [4] 西村直志: (社)地盤工学会 地盤工学ハンドブック, 第3章土質力学, 55-64, 1999.

- [5] Noda, T., Asaoka, A. and Nakano, M.: Soil-water coupled finite deformation analysis based on a rate-type equation of motion incorporating the SYS Cam-clay model, *Soils and Foundations*, 48(6), 771-790, 2008.
- [6] Noda, T. and Yoshikawa, T.: Soil-water-air coupled finite deformation analysis based on a rate-type equation of motion incorporating the SYS Cam-clay model, *Soils and Foundations*, 55(1), 45-62, 2015.
- [7] Christian, J.T.: Undrained stress distribution by numerical method, *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 94(SM6), 1333-1345, 1968.
- [8] 赤井浩一, 田村武: 弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析, 土木学会論文報告集, 第269号, 95-104, 1978.
- [9] Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T.: Soil-water coupled behaviour of saturated clay near/at critical state, *Soils and Foundations*, 34(1), 91-106, 1994.
- [10] Wilson, E.L., Farhoomand, I. and Bathe, K.J.: Nonlinear dynamic analysis of complex structures, *International Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1, 241-252, 1973.
- [11] Nishimura, T., Koseki, J., Fredlund, D.G. and Rahardjo, H.: Microporous membrane technology for measurement of soil-water characteristic curve, *Geotechnical Testing Journal*, the American Society for Testing and Materials, 35(1), 201-208, 2012.
- [12] Yoshikawa, T. and Noda, T.: Triaxial test on water absorption compression of unsaturated soil and its soil-water-air-coupled elastoplastic finite deformation analysis, *Soils and Foundations*, 60(5), 1151-1170, 2020.
- [13] Gallipoli, D., Wheeler, S.J. and Karstunen, M.: Modelling the variation of degree of saturation in a deformable unsaturated soil, *Geotechnique*, 53(1), 105-112, 2003.
- [14] Asaoka, A., Noda, T. and Kaneda, K.: Displacement / traction boundary conditions represented by constraint conditions on velocity field of soil, *Soils and Foundations*, 38(4), 173-181, 1998.
- [15] 小泉圭吾, 櫻谷慶治, 小田和広, 伊藤真一, 福田芳雄, Maria, Q. FENG, 竹本将: 降雨時の表層崩壊に対する高速道路通行規制基準の高度化に向けた基礎的研究, 土木学会論文集C (地圏工学) , 73(1), 93-105, 2017.