

上負荷面概念に基づく摩擦係数の「嵩張り」を考慮した弾塑性摩擦モデルの提案

摩擦 stick-slip 現象 上下負荷面

名古屋大学 特別会員 ○安池 亮

国際会員 豊田 智大, 野田 利弘

1. はじめに

構造物と地盤の相互作用問題を扱う数値解析においては、境界面での摩擦現象は極度に単純化してモデル化されることが多い。例えば、二物体間は常に固着されており、相対変位速度を生じることがない（完全固着条件）、境界面での摩擦力は一定で変化することはない（完全塑性すべり条件）などの理想化である。しかし、摩擦現象は本来、境界面における固着状態～すべり状態の連続的な遷移を伴うものであるから、静的な微小変形弾性解析・剛塑性つり合い解析はともかくとして、物体の形状および状態変化を考慮する速度型の大変形解析においては、境界面における連続的な状態変化もまた考慮されて然るべきといえよう。摩擦力の連続的な変化を記述可能なモデルとしては橋口らの時間依存性下負荷面摩擦モデル¹⁾がある。同モデルは、下負荷面概念に基づく弾塑性構成式の定式化手法を接触力のモデル化に適用し、さらに相対変位に伴う摩擦係数の減少や凝着の回復を摩擦係数の発展則として精緻に考慮したものである。本稿では、同モデルに Asaoka et al.²⁾の上負荷面概念を導入し、動摩擦係数より静止摩擦係数が大きい状態を構造の「嵩張り」と捉えることで、塑性すべりによる摩擦係数の低下、時間経過に伴う凝着の回復を構造の発展則として与えることが可能となり、その物理的意味が明確になるとともに、モデルとしては既往の下負荷面摩擦モデルと同等の表現能力を有することを示す。

2. 上下負荷面摩擦モデルの定式化

Asaoka et al.²⁾の「上負荷面」概念により、静止摩擦係数が動摩擦係数より大きい状態を「摩擦係数の嵩張り」と捉え、その嵩張りを接触面の「構造」と見做して図 1 のようにモデル化する。すなわち、動摩擦係数 μ_k を傾きとする等方的な Coulomb の摩擦基準面を正規すべり面にとり、それより高位に位置する静止摩擦の規準面を「上負荷面」と見做して、その相似比を R^* ($\mu_k/\mu_s \leq R^* \leq 1$) と定義する。さらにそのすべり上負荷面に相似で現応力点を含むすべり下負荷面を相似比 R ($0 < R \leq 1$) として設定する。ここに、 $\mathbf{f}_t, \mathbf{f}_n$ は単位接触面積に作用する接触力ベクトル $\mathbf{f}$ の接線および法線方向成分、 μ_k, μ_s は動摩擦係数および静止摩擦係数である（図 2）。すべり上負荷面とすべり下負荷面の式は相似比を用いて以下のように表される。

$$\text{正規すべり面: } \|\mathbf{f}_t\| = \mu_k \|\mathbf{f}_n\| \quad (1)$$

$$\text{すべり上負荷面: } \|\mathbf{f}_t\| = (\mu_k/R^*) \|\mathbf{f}_n\| \quad (2)$$

$$\text{すべり下負荷面: } \|\mathbf{f}_t\| = (R\mu_k/R^*) \|\mathbf{f}_n\| \quad (3)$$

また、すべり上負荷面の摩擦係数 μ は $\mu = \mu_k/R^*$ とかける。さらに、尾崎ら¹⁾は R の発展則と摩擦係数の発展則を与えていたが、本モデルでは、動摩擦係数 μ_k を一定とみなし、摩擦係数の発展則の代わりに R^* の発展則を式(4)で与える。

$$R^* \text{の発展則: } \dot{R}^* = \frac{\kappa}{\mu_k} R^{*2} \left(\frac{1}{R^*} - 1 \right)^m \|\bar{\mathbf{v}}^p\| - \frac{\eta}{\mu_k} R^{*2} \left(1 - \frac{\mu_k}{\mu_s} \frac{1}{R^*} \right)^n \quad (4)$$

ここで、 κ, m, η, n は非負の材料定数、 μ_s, μ_k は静止摩擦係数、動摩擦係数であり、尾崎ら¹⁾の表記法に倣い定義している。その他の基礎式（相対速度の加算分解、弾性構成式、非関連流動則、 R の発展則）は尾崎ら¹⁾に準拠すると、塑性すべりの大きさを決める比例定数および接触応力速度 $\dot{\mathbf{f}}$ とすべり速度 $\bar{\mathbf{v}}$ の関係式は速度型で次式で与えられる。

$$\lambda = \Lambda = \frac{\left(\frac{\alpha_n R \mu_k}{R^*} \mathbf{n} - \alpha_t \mathbf{t} \right) \cdot \bar{\mathbf{v}} - \eta R \left(1 - \frac{\mu_k}{\mu_s} \frac{1}{R^*} \right)^n \|\mathbf{f}_n\|}{\alpha_t + \frac{U \mu_k \|\mathbf{f}_n\|}{R^*} - R \kappa \left(\frac{1}{R^*} - 1 \right)^m \|\mathbf{f}_n\|} \quad (5)$$

$$\dot{\mathbf{f}} = \left(\mathbf{C}^e - \frac{\alpha_t \mathbf{t} \otimes \left(\frac{\alpha_n R \mu_k}{R^*} \mathbf{n} - \alpha_t \mathbf{t} \right)}{\alpha_t + \frac{U \mu_k \|\mathbf{f}_n\|}{R^*} - R \kappa \left(\frac{1}{R^*} - 1 \right)^m \|\mathbf{f}_n\|} \right) \bar{\mathbf{v}} + \frac{\alpha_t \eta R \left(1 - \frac{\mu_k}{\mu_s} \frac{1}{R^*} \right)^n \|\mathbf{f}_n\|}{\alpha_t + \frac{U \mu_k \|\mathbf{f}_n\|}{R^*} - R \kappa \left(\frac{1}{R^*} - 1 \right)^m \|\mathbf{f}_n\|} \mathbf{t} \quad (6)$$

ここに、 $\mathbf{t} = \mathbf{f}_t / \|\mathbf{f}_t\|$, $\mathbf{n} = \mathbf{f}_n / \|\mathbf{f}_n\|$ である。 $\mathbf{C}^e$ は接触に関する弾性係数テンソルであり、接触面の接線および法線方向の摩擦に関する弾性係数（ペナルティ係数）を α_t, α_n をとして $\mathbf{C}^e = -\alpha_n (\mathbf{n} \otimes \mathbf{n}) - \alpha_t (\mathbf{I} - \mathbf{n} \otimes \mathbf{n})$ と表される。

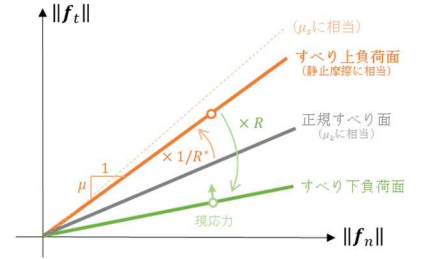


図 1 上下負荷面

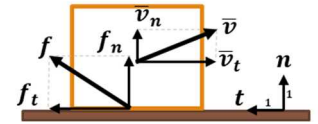


図 2 各種変数の定義

3. モデルの表現能力の検証

3.1 解析条件

図3に示すような一次元バネ～質点系モデルを用いて動力学計算を行った。ここで、運動方程式は式(7)で与えられる。

$$M\ddot{v} = k(v_{ex} - v) - \hat{f}_t \quad (7)$$

本解析では、提案モデルが尾崎ら¹⁾のモデルと同等の表現能力を有することを確認するため、構造の発展則パラメータについて表1に示すような3ケースを設定し解析を行った。他の各種パラメータは表2のとおりに設定した。また、物体の静止状態を初期条件として与えた。

3.2 解析結果

表1で示したCase1~3の解析結果を図4に示す。黒線で示したCase1 ($\kappa=0, \eta=0$) では、変位-時間関係に間欠性はなく、静止摩擦に相当する摩擦力・摩擦係数で一様なすべり現象(安定すべり)が解かれている。青線で示したCase2 ($\kappa=10, \eta=0$) では、 κ による静止摩擦から動摩擦への低下作用により変位-時間関係において一度階段状の挙動を確認できる。しかし、摩擦係数の回復の効果を考慮していないことから動摩擦に対応する摩擦力・摩擦係数で安定すべりが確認できる。摩擦係数の減少・回復を考慮したCase3 ($\kappa=10, \eta=0.002$) では、stick-slip 現象の特徴である階段状の変位-時間関係、鋸型の摩擦力-時間関係、状況に応じた摩擦係数の増減が解かれた。以上のように上下負荷面摩擦モデルを用いた数値解析においても尾崎ら¹⁾と同等の各種摩擦現象を再現できることが確認された。

4. 時間依存性上下負荷面摩擦モデルと構造の発展則の特徴と同モデルの優位性

本稿で提案した上下負荷面摩擦モデルの特徴を以下にまとめる。

- ① 動摩擦係数に対する静止摩擦係数の「摩擦係数の嵩張り」を接触面の「構造」として表現。
- ② 静止摩擦→動摩擦の遷移を塑性すべりによる嵩張りの解消として表現。(式(4)第1項に相当)
- ③ 動摩擦→静止摩擦の遷移を時間経過に伴う凝着による嵩張りの回復(年代効果)として表現。(式(4)第2項に相当)

特に③について、時間経過に伴う摩擦係数の増大を、構造の嵩張りの回復として、より明快に捉えることができる点を特筆しておく。さらに、尾崎らのモデルでは、凝着効果は摩擦係数の発展則中に導入されるため、摩擦係数自体が時間経過に伴い回復するが、負荷状態において現応力点が正規すべり面上にあり、かつ凝着による摩擦係数増大が塑性すべりによる摩擦係数低下を上回るとき、下負荷面の相似比 R は発展則より一定となるため、接線応力(摩擦力)が一切の外的作用なしに増大してゆくこととなり、力のつり合いに物理的な不合理を生じる。これに対し、本稿の提案モデルは動摩擦係数が一定であるという前提に立ち、凝着は構造の発展則として与えているため、同条件下において、現応力を正規すべり面上に留めたまますべり面上負荷面のみが相対的に上側に遷移する(R^* が減少する)現象を記述可能である。

5. おわりに

本稿では、静止摩擦係数を動摩擦係数に対する嵩張りの解消と回復を構造の発展則として与える時間依存性上下負荷面摩擦モデルを提案し、既往モデルと同様、安定すべりや stick-slip 現象などの各種摩擦現象が再現できることを示した。

謝辞 本研究は、科学研究費補助金(基盤研究(B): 課題番号 22H01586)の助成を受けて実施した。

参考文献)

- 1) 尾崎ら(2007): 時間依存性摩擦構成式を用いたスティック・スリップ運動の安定性に関する検討, 応用力学論文集, **10**, 445-455.
- 2) Asaoka, A. et al. (2000): Superloading yield surface concept for highly structured soil behavior, *S&F*, **40**(2), 99-110.

表2 各種パラメータと初期条件

接触面の物性値	
静止摩擦係数 μ_s	0.4
動摩擦係数 μ_k	0.2
接線方向ペナルティ係数 α_t (kPa/m)	1000
法線方向ペナルティ係数 α_n (kPa/m)	1000
発展則パラメータ	
正規圧密度化指数 r	100
構造喪失速度を規定する材料定数 m	1
構造回復速度を規定する材料定数 n	1
質点系パラメータ	
質量 M (kg)	10
バネ定数 K (N/m)	10
ドライバー速度 v_{ex} (m/s)	0.001
初期条件	
初期摩擦係数 μ_0	0.4
初期摩擦力 f_{t0}	1.0×10^{-6}

表1 実施 Case

Case	κ (m ⁻¹)	η (s ⁻¹)
1	0.0	0.0
2	10.0	0.0
3	10.0	0.002

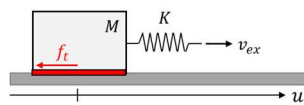


図3 上下負荷面

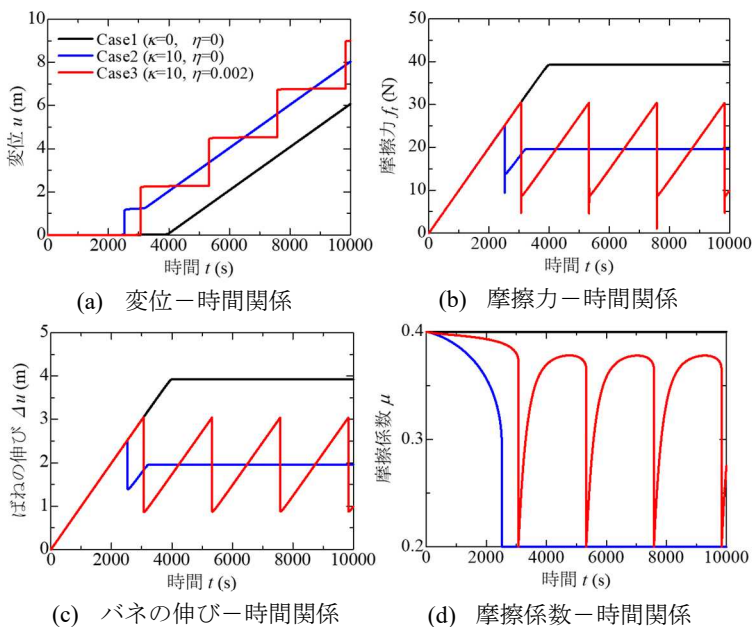


図4 解析結果