

液状化により不安定化する砂地盤～盛土系の弾塑性地震応答解析における u-w-p formulation の優位性

水～土連成 不安定化 液状化

名古屋大学 国際会員 ○豊田 智大, 野田 利弘
中部電力 正会員 佐竹 孝曜

1. はじめに

地盤の水～土骨格連成解析の多くは、間隙水の静的浸透を仮定する **u-p formulation** (以下、単に **u-p** と記す) に基づいて定式化されるが、同手法は、間隙水が動的にも浸透しうる高透水性土や、解析に用いる時間刻み幅 Δt が小さい場合には計算不能に陥ることが知られている¹⁾。殊に液状化解析においては、剛性低下に伴い **step** 毎の変位増分が次第に大きくなるため、十分な計算精度を保つためには Δt を小さく取る必要があり、**u-p** による計算が破綻する場合が多い。本稿では、著者らが開発してきた、間隙水の動的浸透を考慮可能な **u-w-p formulation** (以降、**u-w-p**) に基づく水～土骨格連成弾塑性有限変形解析手法を同模型実験の境界条件下で実行し、液状化による不安定化に伴い **u-p** による計算が実行不能に陥る条件下であっても、**u-w-p** であれば安定して計算を継続可能であることを示す。

2. u-w-p formulation の定式化とその数値安定性

u-w-p は、混合体理論に基づく水～土骨格連成問題の支配方程式(1-1)~(1-3)を直接解く手法である²⁾。

$$\text{飽和土の運動方程式 (速度型)} : \rho_s D_s^2 \mathbf{v}_s + \rho_f D_f \mathbf{v}_f + \rho^f (\text{div } \mathbf{v}_s) (\mathbf{D}_s \mathbf{v}_s - \mathbf{b}) = \text{div}(\mathbf{D}_s \mathbf{S}_t) \quad (1-1)$$

$$\text{間隙水の運動方程式} : \rho^f D_f \mathbf{v}_f = -\gamma_w \text{grad } h - \frac{\gamma_w}{k} \mathbf{w} \quad (1-2)$$

$$\text{水～土骨格連成式} : \text{div } \mathbf{v}_s + \text{div } \mathbf{w} = 0 \quad (1-3)$$

ここに、 ρ , ρ_s , ρ_f , ρ^f は混合体、固相、液相、間隙水の密度、 D_s , D_f は固相、液相に着目した物質時間微分、 \mathbf{v}_s , \mathbf{v}_f は固相、液相の速度、 $\mathbf{w} = n(\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s)$ は間隙水の相対平均流速、 \mathbf{b} は物体力、 $D_s \mathbf{S}_t$ は公称応力速度、 $h = z + p/\gamma_w$ は全水頭、 p は間隙水圧、 z は位置水頭、 n は間隙率、 k は透水係数、 γ_w は水の単位体積重量である。これに対し、**u-p** は、間隙水の静的浸透 (間隙水の土骨格に対する相対加速度 $D_f \mathbf{v}_f - D_s \mathbf{v}_s$ が土骨格加速度 $D_s \mathbf{v}_s$ に対して十分に小さいこと) を仮定することで、(1-1)~(1-3)を縮約した方程式(2-1)~(2-2)を解く手法である。

$$\text{飽和土の運動方程式 (速度型)} : \rho D_s^2 \mathbf{v}_s + \rho^f (\text{div } \mathbf{v}_s) (\mathbf{D}_s \mathbf{v}_s - \mathbf{b}) = \text{div}(\mathbf{D}_s \mathbf{S}_t) \quad (2-1)$$

$$\text{水～土骨格連成式} : \frac{\rho^f k}{\gamma_w} \text{div}(\mathbf{D}_s \mathbf{v}_s) - \text{div } \mathbf{v}_s + \text{div}(k \text{grad } h) = 0 \quad (2-2)$$

u-p では、方程式系の縮約により計算コストを抑えられる一方、間隙水の相対加速度を無視できない高透水性土の連成問題や、小さな時間刻み幅 Δt が要求される不安定問題への適用には限界がある。Noda et al.¹⁾は、離散化された水～土骨格連成式の符号反転に着目し、**u-p** による計算の不安定化が次式で表される $\gamma_{\theta 1}$ の値が負に転じた際に生じると考えた。

$$\gamma_{\theta 1} = \frac{1}{6} - \frac{1}{2\theta \Delta t} \frac{\rho^f k}{\gamma_w} \quad (3)$$

式(3)より、**u-p** による計算の破綻は、透水係数 k が大きい場合および時間刻み幅 Δt が小さい場合に生じることが推測される。図1は、 k と Δt を変えつつ、**u-p** および **u-w-p** の数値安定性をスペクトル半径を用いて評価した結果である。安定性評価手法の詳細は別報³⁾に譲るが、**u-p** (同図(a))では k が大きい/ Δt が小さい範囲において計算不能域が出現するのに対し、**u-w-p** (同図(b))では、あらゆる k , Δt に対し安定して計算を継続できることが示された。また、**u-p** による計算の可否は $\gamma_{\theta 1}$ 基準線 (図中の赤線、 $\gamma_{\theta 1} = 0$) により概ね判定できるが、一部例外が存在する³⁾。なお、離散化および境界条件の設定は後続の一次元解析に準拠するが、 $\gamma_{\theta 1}$ 基準に相当する斜めの計算可否閾線は、層厚や剛性といったパラメータ設定によらず一意に決まり、また、多次元問題に対しても有効であることを確認している。

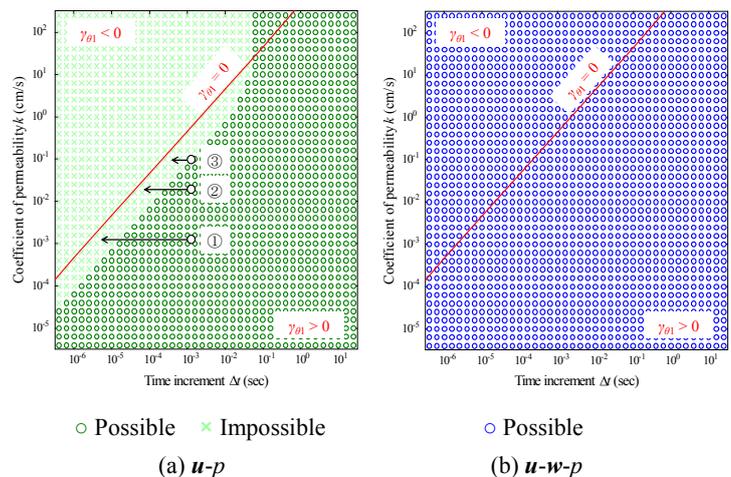


図1 スペクトル半径に基づく数値安定性の評価
(層厚、剛性等の条件は3.の一次元解析に準拠)

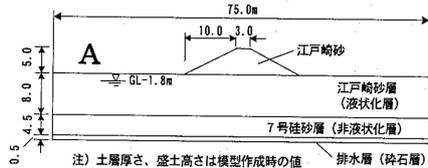


図2 遠心模型実験のモデル⁴⁾

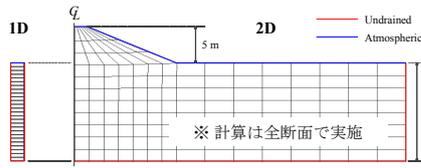


図3 有限要素メッシュ

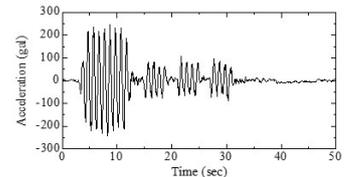


図4 入力不規則波

3. 不規則波を入力する地盤～盛土系の地震応答解析

3.1. 遠心模型実験の概要

国土技術研究センターによる模型実験⁴⁾を参照する。同実験は、剛土槽内に作成した図2の模型を50Gの遠心場で加振するものである。

3.2. 境界条件・材料定数

図3の一次元モデル(1D, 基礎地盤のみ)および二次元モデル(2D, 基礎地盤+盛土)に対し、 $u-p$ および $u-w-p$ で解析を行った。い

表1 材料定数 (江戸崎砂)

| 物性値 | |
|-------------------------------------|--------|
| 土粒子密度 ρ^s (g/cm ³) | 2.65 |
| 透水係数 k (cm/s) | Case 毎 |
| 弾塑性パラメータ | |
| 圧縮指数 $\bar{\lambda}$ | 0.050 |
| 膨潤指数 $\bar{\kappa}$ | 0.012 |
| 限界状態定数 M | 1.00 |
| 正規圧密線の切片 N | 1.98 |
| ポアソン比 ν | 0.30 |
| 発展則パラメータ | |
| 正規圧密土化指数 m | 0.060 |
| 構造劣化指数 a | 1.00 |
| 回転硬化指数 b_r | 3.50 |
| 回転硬化限界定数 m_b | 0.90 |
| 初期条件 | |
| 初期過圧密比 $1/R_0$ | 分布 |
| 初期構造の程度 $1/R_0^*$ | 2.00 |
| 初期土圧係数 K_0 | 0.60 |
| 初期間隙比 e_0 | 0.90 |

れも実規模解析である。入力波として、模型底面において図4の水平加速度を与える。簡単のため、構成材料は全域で飽和江戸崎砂とした。弾塑性構成式として SYS Cam-clay model を用い、その材料定数を表1のとおり与えた。江戸崎砂の透水係数は $1.7\sim 3.9 \times 10^{-3}$ cm/s であるが、模型実験では間隙流体を「水」としたため、実地盤の透水係数に換算すると $0.85\sim 1.95 \times 10^{-1}$ cm/s (高透水性)となる。そこで本研究では、3種類の透水係数① 1.95×10^{-2} cm/s, ② 9.75×10^{-2} cm/s, ③ 1.95×10^{-1} cm/s に対し解析を行った。解析初期の Δt は 1.25×10^{-3} sec で統一したが、液状化による不安定化に伴い、陰的計算を収束させるためには、解析中に Δt をより小さい値に変更してゆく必要がある。このとき、 Δt の低下に伴い、図1(a)の①②③のように解析条件が次第に $u-p$ の不能域に漸近し、 $u-p$ による計算は困難となってゆく。とくに③は、初期 Δt に対しても ($\gamma_{01} > 0$ であるものの) スペクトル半径が1を超える不安定域に属する。

3.3. 一次元地震応答解析 解析結果として、下端要素での平均有効応力～時間関係および中央深さの要素での応力経路を図5に示す。①では、 $u-p$ でも数値不安定を生じることなく解き切ることができ、その解は $u-w-p$ と一致したが、②では $u-p$ 解と $u-w-p$ 解が一致せず、とくに $u-p$ 解 (23sec 以降) においては、等体積条件下で正の過剰水圧の発生が解かれたにもかかわらず平均有効応力は増大する結果となった。これは、静的浸透仮定の破綻により生じた不合理な物理現象¹⁾である。③では、初期 Δt に対しても $u-p$ による計算は全く実行できず、 $u-w-p$ によってのみ計算を継続できた。

3.4. 二次元地震応答解析 紙幅の都合上、③の透水係数に対する $u-w-p$ 解に限定し、その概略を示す。盛土から離れた図6の点Aにおいては一次元と同様の有効応力低下が解かれたのに対し、盛土直下の点Bでは、せん断作用下での下部地盤からの水の供給により、限界状態線²⁾上側での軟化挙動が解かれた。また、基礎地盤における有効応力減少のほか、土骨格加速度に対して無視できない間隙水相対加速度の発生や高透水性に起因した流線の乱れも確認された。

4. おわりに

$u-p$ の不能域でも安定して計算継続できることを確認し、不安定問題に対する $u-w-p$ の優位性を実証的に示した。

参考文献

- 1) Noda, T. et al. (2008): Soil-water coupled finite deformation analysis based on a rate-type equation of motion..., *S&F*, **48**(6), 771-790.
- 2) Noda, T. and Toyoda, T. (2019): Development and verification of a soil-water coupled finite deformation analysis..., *S&F*, **59**(4), 888-904.
- 3) 豊田, 野田 (2022): スペクトル半径を用いた水～土連成計算の数値安定性の評価..., 第66回理論応用力学講演会, submitted.
- 4) 国土技術研究センター (2002): 河川堤防の地震時変形量の解析手法, JICE 資料第 102001 号, A1-A2.

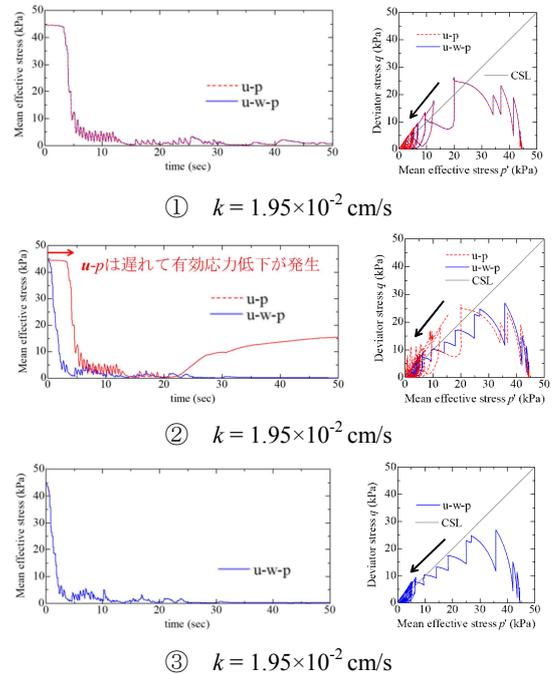


図5 有効応力～時間関係 (左) と要素挙動 (右)

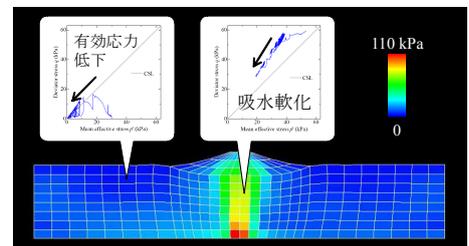


図6 平均有効応力 (最大加速度到達時)