

# 空気～水～土骨格連成有限変形解析を用いた 初期サクシオンが異なる不飽和土供試体の力学挙動の再現

不飽和土 連成解析 有限要素法

名古屋大学 国際会員 ○野田弘引 中野正樹

名古屋大学 学生会員 吉川高広

(財) 地震予知総合研究振興会 国際会員 浅岡 顕

## 1. はじめに

著者らは、これまでに混合体理論 (西村<sup>1)</sup>, de Boer<sup>2)</sup>他) における  $u-p$  formulation に基づいて、水～土骨格連成有限変形解析コード<sup>3)</sup>を開発し、これを用いて飽和土の力学挙動を調べてきた。本稿では、土骨格の構成式に SYS Cam-clay model<sup>4)</sup>を搭載し、なおかつ  $u-p-p^a$  formulation に基づく空気～水～土骨格連成有限変形解析コードを用いて実施した、「不飽和土」の力学挙動の解析事例を示す。具体的には、非排気・非排水三軸試験における初期サクシオンの違いによる不飽和土供試体の力学挙動の違い<sup>5)</sup>が、概ね表現できることを示す。

## 2. 解析手法の概要

支配方程式のうち、運動方程式、土骨格と間隙水の連成式、土骨格と間隙空気の状態方程式を、式(1)、式(2)、式(3)に示す。

$$\rho \mathbf{x}_s = \text{div } \mathbf{T} + \rho \mathbf{b} \quad (1)$$

$$s^w \text{div } \mathbf{v}_s + s^w \text{div} \left\{ \frac{k^w}{s^w \gamma_w} \left( -\text{grad } p^w + \rho^f \mathbf{b} - \rho^f \mathbf{x}_s \right) \right\} - nc \cdot D_s p^w + nc \cdot D_s p^a = 0 \quad (2)$$

$$s^a \text{div } \mathbf{v}_s + s^a \text{div} \left\{ \frac{k^a}{s^a \gamma_w} \left( -\text{grad } p^a + \rho^a \mathbf{b} - \rho^a \mathbf{x}_s \right) \right\} + \left( \frac{ns^a}{\rho^a R \Theta} - nc \right) \cdot D_s p^a + nc \cdot D_s p^w = 0 \quad (3)$$

ここで  $D_s$  は土骨格から見た物質時間微分を表す作用素であり、 $\mathbf{x}_s$  は土骨格の変位ベクトル、 $\mathbf{v}_s (= D_s \mathbf{x}_s)$  は土骨格の速度ベクトル、 $\mathbf{x}_s (= D_t \mathbf{x}_s)$  は土骨格の加速度ベクトルを表す。 $\mathbf{T}$  は全 Cauchy 応力テンソル、 $\mathbf{b}$  は物体力ベクトル、 $p^w$  は間隙水圧、 $p^a$  は間隙空気圧を表し、 $s^w$  は飽和度 ( $s^a = 1 - s^w$ )、 $n$  は間隙率、 $c$  は比水分容量を表す。また、 $\rho$ 、 $\rho^f$ 、 $\rho^a$  は土全体、水、空気の密度をそれぞれ表し、 $\gamma_w$  は水の単位体積重量を表す。なお、簡単のために、土粒子と間隙水は非圧縮性、間隙空気は圧縮性を仮定し、空気の圧縮性に関しては次式のように理想気体の状態方程式を用いている。

$$\rho^a = \frac{M}{R \Theta} p^a = \frac{1}{R \Theta} p^a, \quad D_a \rho^a = \frac{1}{R \Theta} D_a p^a \quad \left( \bar{R} = \frac{R}{M} \right) \quad (4)$$

ここに、 $\bar{R}$  は空気の気体定数、 $\Theta$  は絶対温度を示す。

Bishop の有効応力式には  $\chi = s^w$  とし、次式を用いる。

$$-\mathbf{T}' = -\mathbf{T} - (s^w p^w + s^a p^a) \quad (5)$$

なお、 $\mathbf{T}'$  は有効応力テンソルであり、 $\mathbf{T}$ 、 $\mathbf{T}'$  は引張を正にとっている。

水分特性曲線は van Genuchten 式を、透水係数  $k^w$  と透気係数  $k^a$  は Mualem モデルを用いるとし、それぞれ次式を用いる。

$$S_e = \left\{ 1 + (ap)^n \right\}^{-m} \quad \left( m = 1 - \frac{1}{n} \right) \quad (6)$$

$$k^w = k_s^w \cdot S_e^{\frac{1}{2}} \left\{ 1 - \left( 1 - S_e^{\frac{1}{m}} \right)^m \right\}^2, \quad k^a = k_d^a \cdot (1 - S_e) \left( 1 - S_e^{\frac{1}{m}} \right)^{2m} \quad (7)$$

ここに、 $S_e$  は有効飽和度、 $k_s^w$  は飽和透水係数、 $k_d^a$  は乾燥透気係数である。

初期値・境界値問題に対する解は、式(1)の3式に式(2)、式(3)を加えた合計5式に対し、土骨格の変位成分3個と間隙水圧  $p^w$ 、間隙空気圧  $p^a$  の計5個の未知数として、有限要素法を適用して求める。

## 3. 解析条件

境界条件は図1に示す。上下・軸対称条件で、5cm × 5cm の1要素を、軸ひずみ速度 0.5[%/min] で非排気・非排水せん断を行なった。表1に SYS Cam-clay model の材料定数・初期値を示す。透水係数  $k^w$  と透気係数  $k^a$  のパラメータおよび、その他の物性値は表2と表3に示す。

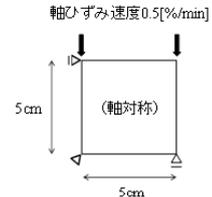


図1 境界条件

表1 SYS Cam-clay model の材料定数・初期値

弾塑性パラメータ			発展則パラメータ			初期値		
NCLの切片	N	1.51	正規圧密土化指数	$m$	0.15	構造の程度	$1/R_0^*$	1.1
限界状態定数	M	1.23	構造劣化指数	$a$ ( $b=c=1.0$ )	2.0	過圧密比	$1/R_0$	1.1
圧縮指数	$\lambda$	0.063		$c_s$	1.0	応力比	$\eta_0$	0.0
膨潤指数	$\kappa$	0.012	回転硬化指数	$b_r$	0.0	異方性の程度	$\zeta_0$	0.0
ポアソン比	$\nu$	0.3	回転硬化限界定数	$m_b$	(0.65)			

表 2 水分特性曲線と透水係数および透気係数のパラメータ

水分特性曲線		透水係数・透気係数	
$s^w_{max}$	0.99	$k_s^w$ [cm/sec]	$6.94 \times 10^{-5}$
$s^w_{min}$	0.073	$\zeta$	0.5
$\alpha$ [cm <sup>-1</sup> ]	0.016	$k_d^a$ [cm/sec]	$3.82 \times 10^{-3}$
n	1.37	$\gamma$	0.5

表 3 その他の物性値

物性値	
$\rho^s$ [g/cm <sup>3</sup> ]	2.65
$\rho^f$ [g/cm <sup>3</sup> ]	1.00
R [m <sup>2</sup> /sec <sup>2</sup> /K]	287.042
$\Theta$ [K]	293.15 (20°C)

#### 4. 参照実験と解析結果

小高ら<sup>5)</sup>の実験結果を参考に解析を行なった。この実験は、セル圧を 450kPa、初期間隙空気圧を 250kPa に設定し、初期サクションが 0, 10, 30, 50, 100kPa となるようにそれぞれ間隙水圧を与えた後、軸ひずみ速度 0.5%/min で行われた非排気・非排水三軸圧縮試験である。実験結果を図 2 に示す。図 2 の(a)軸差応力～軸ひずみ関係に示されるように、初期サクションが大きいほど、せん断強度・せん断剛性が大きいという不飽和土の典型的な力学挙動が見られるとともに、(b)の有効応力経路は初期サクションが大きいほど右に進むという特徴が見られる。

本解析では、セル圧、初期間隙空気圧、初期サクションを実験と同じ値に設定する。さらに水分特性曲線より初期サクションから飽和度を読み取り、Bishop の有効応力式を用いて有効応力を求めた後、初期比体積を SYS Cam-clay model から算出することで、全初期条件を決定した。

図 3 に解析結果を示す。(a)軸差応力～軸ひずみ関係を見ると、実験結果と同様に、初期サクションが大きいほどせん断強度・せん断剛性が大きいという結果が得られる。また、(b)の有効応力経路もサクションが大きくなるにつれて右に進んでいる。さらに、(d)間隙空気圧～軸ひずみ関係、(e)間隙水圧～軸ひずみ関係においても実験結果と同様の傾向を得ている。ただし、初期サクションが 0kPa のときに計算結果では間隙空気圧が変化せずに一定となっているが、これは本解析手法から計算される必然の結果であり、初期サクションを完全に 0 と設定するのではなく、わずかに与えて計算することで、実験と同様の結果を得ることができる。

#### 5. おわりに

本稿では最も単純な例として、一要素を用いた計算結果を示したが、多要素による本試験の解析結果と考察は別報 6)を参照されたい。

参考文献 1) 西村 (1999) : 第 3 章土質力学, 地盤工学ハンドブック地盤工学, 51-64 2) de Boer, R.(2000) : Contemporary progress in porous media theory, *Applied Mechanics Reviews*, 53(12), 323-369. 3) Noda & Asaoka(2008), Soil-water coupled finite deformation analysis..., *S&F*, 48(6), 771-790. 4) Asaoka et al.(2002) : An elasto-plastic description ..., *S & F*, 42(5), 47-57. 5) 小高ら(2006) : 排気・排水条件を制御した不飽和シルトの三軸圧縮試験, 第 18 回中部地盤工学シンポジウム. 6) 吉川ら(2012) : 不飽和土の非排気・非排水三軸試験..., 本誌掲載予定.

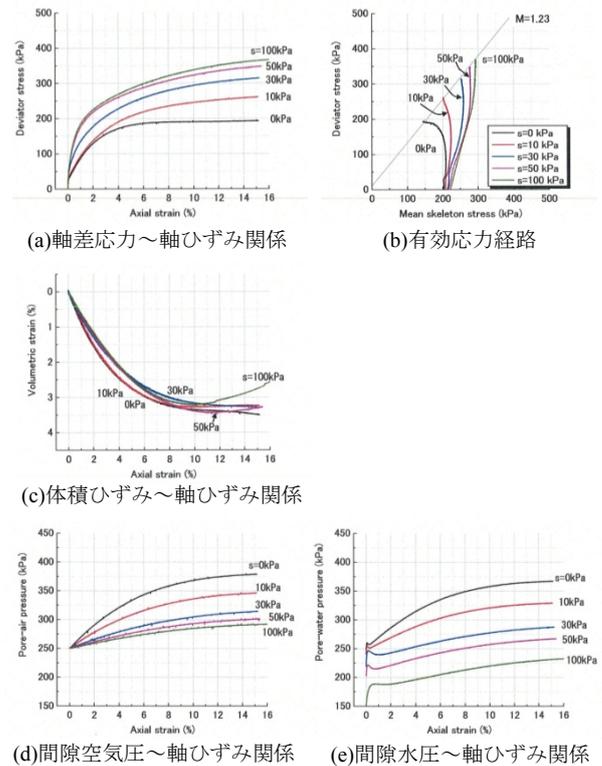


図 2 実験結果<sup>5)</sup>

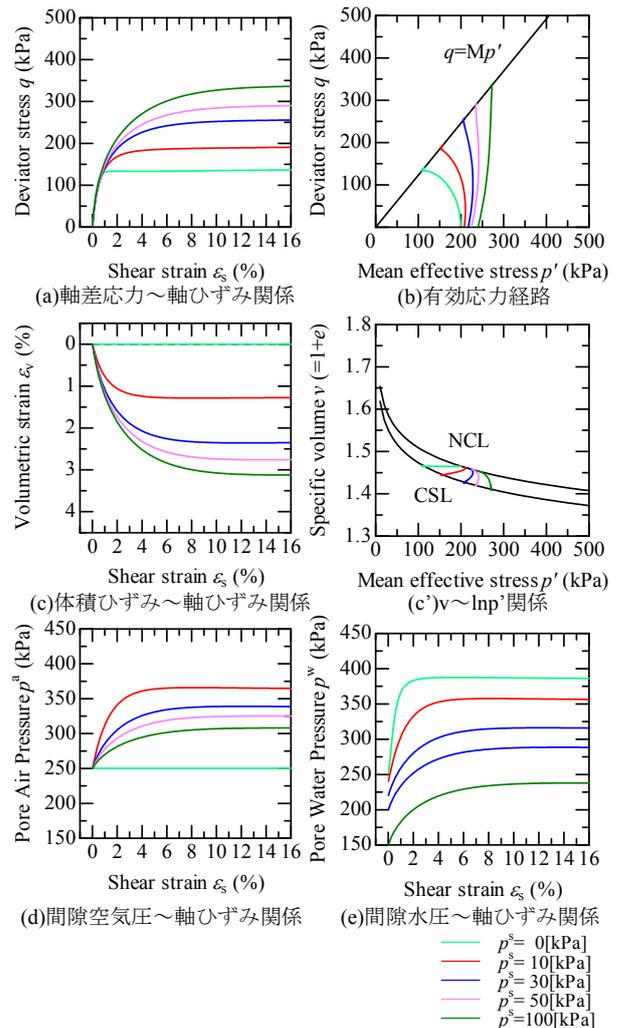


図 3 解析結果