

空気～水～土骨格連成有限変形解析を用いた
不飽和土の非排気・非排水三軸試験のシミュレーション
(Soil-water-air coupled finite deformation simulation of an unexhausted and undrained
triaxial test of an unsaturated soil)

吉川高広¹, 野田利弘²

- 1 名古屋大学大学院・工学研究科社会基盤工学専攻・yoshikawa.takahiro@b.mbox.nagoya-u.ac.jp
2 名古屋大学・減災連携研究センター

概 要

土骨格の構成式に SYS Cam-clay Model を搭載し, なおかつ $u-p^w-p^a$ formulation に基づく空気～水～土骨格連成有限変形解析コードを用いて実施した, 「不飽和土」の力学挙動の解析事例を示す。まず, 非排気・非排水三軸試験における初期サクシジョンの違いによる不飽和土供試体の力学挙動の違いが, 概ね表現できることを示した。さらに, 三軸試験を初期条件・境界条件が明確に整備された初期値・境界値問題として捉える立場から, 特に, 供試体の上端(・下端)の剛・摩擦性のペダスタルを介して与える軸変位速度の違いが供試体内部の不均質性に与えることを示し, 供試体と言えども, その力学挙動は初期値境界値問題の解として考える必要があることを示唆させた。

キーワード: 不飽和土, 連成解析, 有限要素法

1. はじめに

Noda¹⁾らは, これまでに飽和土の力学挙動を解析するために, 混合体理論(西村²⁾, de Boer³⁾他)に基づく水～土骨格連成有限変形解析コードを開発してきた。今回, $u-p^w-p^a$ formulation に基づいてこれを拡張し, 土骨格の構成式に SYS Cam-clay Model⁴⁾を搭載した空気～水～土骨格連成有限変形解析コードを新たに開発した。本稿では, 本解析コードによる解析事例として, 非排気・非排水三軸試験における初期サクシジョンの違いによる不飽和土供試体の力学挙動の違い⁵⁾を概ね表現できることを示す。

また, 三軸試験を初期条件・境界条件が明確に整備された初期値・境界値問題として捉える立場から, 本解析コードを用いて不飽和土円筒供試体の三軸試験のシミュレーションを実施した。特に, 供試体の上端(・下端)の剛・摩擦性のペダスタルを介して与える軸変位速度の違いが供試体内部の不均質性に与える影響に着目した。

2. 解析手法の概要

支配方程式のうち, 運動方程式, 土骨格と間隙水の連成式, 土骨格と間隙空気の連成式を, 式(1), 式(2), 式(3)に示す。

$$\rho \mathbf{x}_s = \text{div } \mathbf{T} + \rho \mathbf{b} \quad (1)$$

$$s^w \text{div } \mathbf{v}_s + \text{div} \left[\frac{k^w}{\gamma_w} \{ -\text{grad } p^w + \rho^w \mathbf{b} - \rho^w (D_s \mathbf{v}_s) \} \right] + nC \{ (D_s p^a) - (D_s p^w) \} = 0 \quad (2)$$

$$s^a \text{div } \mathbf{v}_s + \frac{1}{\rho^a} \text{div} \left[\rho^a \frac{k^a}{\gamma_w} \{ -\text{grad } p^a + \rho^a \mathbf{b} - \rho^a (D_s \mathbf{v}_s) \} \right] + \frac{ms^a}{\rho^a R \Theta} (D_s p^a) - nC \{ (D_s p^a) - (D_s p^w) \} = 0 \quad (3)$$

ここで D_s は土骨格から見た物質時間微分を表す作用素であり, \mathbf{x}_s は土骨格の変位ベクトル, $\mathbf{v}_s (= D_s \mathbf{x}_s)$ は土骨格の速度ベクトル, $\mathbf{x}_s (= D_s \mathbf{v}_s)$ は土骨格の加速度ベクトルを表す。 \mathbf{T} は全 Cauchy 応力テンソル, \mathbf{b} は物体力ベクトル, p^w は間隙水圧, p^a は間隙空気圧を表し, s^w は飽和度, s^a は空気間隙比 ($= 1 - s^w$), n は間隙率, C は比水分容量を表す。また, ρ , ρ^w , ρ^a は土全体, 水, 空気の密度をそれぞれ表し, γ_w は水の単位体積重量を表す。なお, 簡単のために, 土粒子と間隙水は非圧縮性, 間隙空気は圧縮性を仮定し, 空気の圧縮性に関しては次式のように理想気体の状態方程式を用いている。

$$\rho^a = \frac{M}{R \Theta} p^a = \frac{1}{R \Theta} p^a, \quad D_s \rho^a = \frac{1}{R \Theta} D_s p^a \quad \left(\bar{R} = \frac{R}{M} \right) \quad (4)$$

ここに, \bar{R} は空気の気体定数, Θ は絶対温度を示す。

Bishop の有効応力式には $\chi = s^w$ として, 次式を用いる。

$$-T' = -T - (s^w p^w + s^a p^a) \quad (5)$$

なお、 T' は有効応力テンソルであり、 T 、 T' は引張を正にとっている。

水分特性曲線は van Genuchten 式を、透水係数 k^w と透気係数 k^a は Mualem モデルを用いるとし、それぞれ次式を用いる。

$$S_e = \left\{ 1 + (ap^s)^n \right\}^{-m} \quad \left(p^s = p^a - p^w, m = 1 - \frac{1}{n} \right) \quad (6)$$

$$k^w = k_s^w \cdot S_e^\xi \left\{ 1 - \left(1 - S_e^{\frac{1}{m}} \right)^m \right\}^2 \quad (7)$$

$$k^a = k_d^a \cdot (1 - S_e)^y \left(1 - S_e^{\frac{1}{m}} \right)^{2m} \quad (8)$$

ここに、 S_e は有効飽和度、 k_s^w は飽和透水係数、 k_d^a は乾燥透気係数である。

初期値・境界値問題に対する解は、式(1)の3式に式(2)、式(3)を加えた合計5式に対し、土骨格の変位成分3個と間隙水圧 p^w 、間隙空気圧 p^a の計5個の未知数として、有限要素法を適用して求める。

3. 非排気・非排水三軸試験における初期サクシジョンの違いによる力学挙動の違い

本解析コードを用いて、非排気・非排水三軸圧縮試験をシミュレートすることで、初期サクシジョンの違いによる不飽和土供試体の力学挙動の違いを概ね表現できることを示す。本章では、最も単純な例として1要素での解析を示し、多要素での解析は次章にて示す。

3.1 解析条件

図1は境界条件を示す。上下・軸対称条件で、5cm×5cmの1要素を、軸ひずみ速度0.5[%/min]で非排気・非排水せん断を行なった。表1にSYS Cam-clay Modelの材料定数・初期値を示す。透水係数 k^w と透気係数 k^a のパラメータおよび、その他の物性値は表2と表3に示す。また、図2はサクシジョン、透水係数および透気係数と飽和度の関係を示す。

表1 材料定数および初期値

弾塑性パラメータ			発展則パラメータ		
NCLの切片	N	1.51	正規圧密土化指数	m	0.15
限界状態定数	M	1.23	構造劣化指数	a ($b=c=1.0$)	2.0
圧縮指数	λ	0.063		c_s	1.0
膨潤指数	κ	0.012	回転硬化指数	b_r	0.0
ポアソン比	ν	0.3	回転硬化限界定数	m_b	(0.65)

初期値		
構造の程度	$1/R_0^*$	1.1
過圧密比	$1/R_0$	1.1
応力比	η_0	0.0
異方性の程度	ζ_0	0.0

表2 透水係数 k^w と透気係数 k^a のパラメータ

水分特性曲線		透水係数・透気係数	
s_{max}^w	0.99	k_s^w [cm/sec]	6.94×10^{-5}
s_{min}^w	0.073	ξ	0.5
α [cm ⁻¹]	0.016	k_d^a [cm/sec]	3.82×10^{-3}
n	1.37	γ	0.5

表3 その他の物性値

物性値	
ρ^s [g/cm ³]	2.65
ρ^f [g/cm ³]	1.00
R [m ² /sec ² /K]	287.042
Θ [K]	293.15 (20°C)

軸ひずみ速度0.5[%/min]

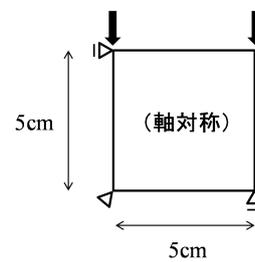


図1 境界条件

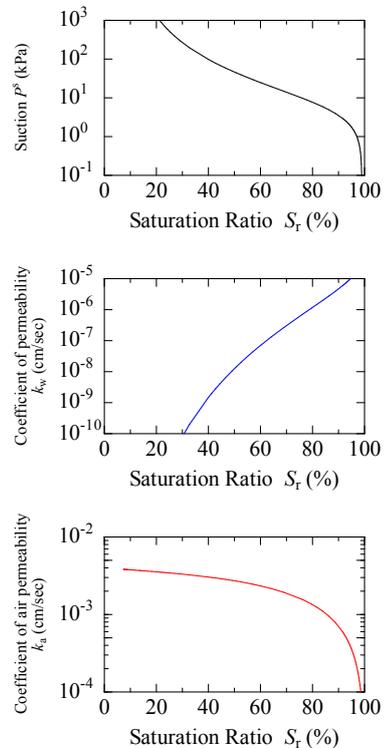


図2 サクシジョン、透水係数および透気係数と飽和度の関係

3.2 参照実験と解析結果

小高らの実験結果を参考に解析を行なった。この実験は、

セル圧を 450kPa, 初期間隙空気圧を 250kPa に設定し, 初期サクシオンが 0, 10, 30, 50, 100kPa となるようにそれぞれ間隙水圧を与えて行なわれた非排気・非排水三軸圧縮試験である。実験結果を図 3 に示す。図 3 の(a)軸差応力～軸ひずみ関係に示されるように, 初期サクシオンが大きいほど, せん断強度・せん断剛性が大きいという不飽和土の典型的な力学挙動が見られるとともに, (b)の有効応力経路は初期サクシオンが大きいほど右に進むという特徴が見られる。

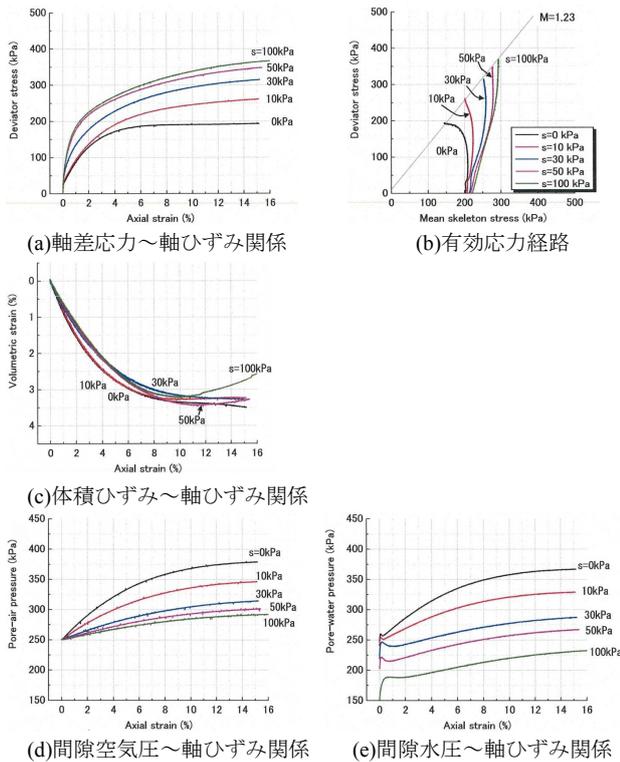


図 3 実験結果

本解析では, セル圧, 初期間隙空気圧, 初期サクシオンを実験と同じ値に設定する。さらに水分特性曲線より初期サクシオンから飽和度を読み取り, Bishop の有効応力式を用いて有効応力を求めた後, 初期比体積を SYS Cam-clay Model から算出することで, 全初期条件を決定した。

図 4 に解析結果を示す。(a)軸差応力～軸ひずみ関係を見ると, 実験結果と同様に, 初期サクシオンが大きいほどせん断強度・せん断剛性が大きいという結果が得られる。また, (b)の有効応力経路もサクシオンが大きくなるにつれて右に進んでいる。さらに, (d)間隙空気圧～軸ひずみ関係, (e)間隙水圧～軸ひずみ関係においても実験結果と同様の傾向を得ている。ただし, 初期サクシオンが 0kPa のときに計算結果では間隙空気圧が変化せずに一定となっているが, これは本解析手法から計算される必然の結果であり, 初期サクシオンを完全に 0 と設定するのではなく, わずかに与えて計算することで, 実験と同様の結果を得ることができる。

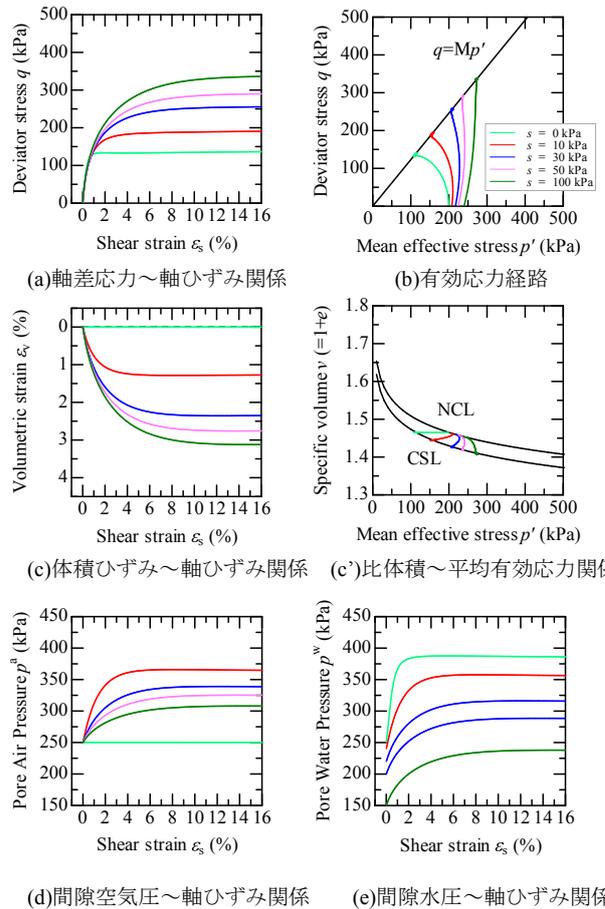


図 4 解析結果

4. 初期値・境界値問題として捉えた非排気・非排水三軸試験のシミュレーション

三軸試験を初期条件・境界条件が明確に整備された初期値・境界値問題として捉える立場から, 本解析コードを用いて, 不飽和土円筒供試体の三軸試験のシミュレーションを実施した。特に, 供試体の上端(・下端)の剛・摩擦性のペDESTALを介して与える軸変位速度の違いが供試体内部の不均質性に与える影響に着目した。

4.1 解析条件

図 5 は境界条件を示す。供試体形状と载荷の上下・軸対称性を仮定して, 10×20 要素の 1/4 断面の有限要素メッシュを用い, 軸ひずみ速度 0.5 および 0.005%/min で非排気・非排水条件での三軸試験をシミュレートした。ここでは初期サクシオンが 100kPa (飽和度 40%) の場合の解析結果を示す。土骨格の構成式 (SYS Cam-clay Model), 水分特性曲線, 透水/透気係数, これに用いる材料定数および初期値は第 3 章にて示した表 1, 表 2 および表 3 の値と同じである。

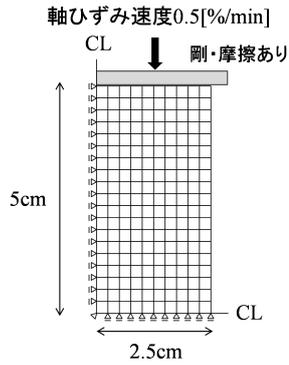
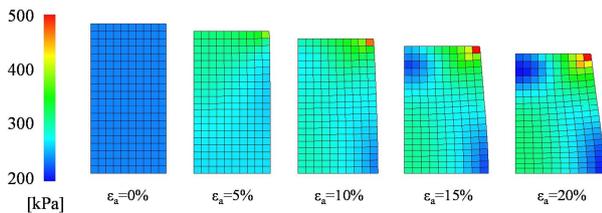


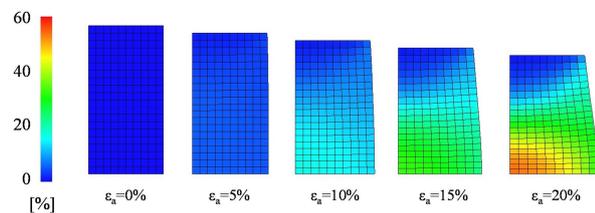
図5 境界条件

4.2 解析結果

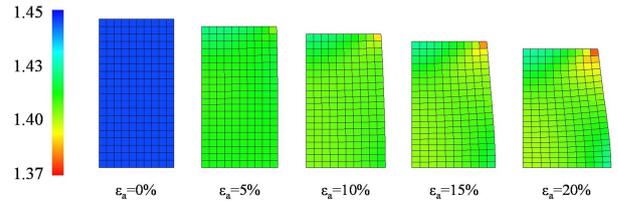
図6の(a)~(f)は、荷重が速い場合（軸ひずみ速度：0.5%/min）の平均有効応力、せん断ひずみ、比体積、間隙空気圧、間隙水圧および飽和度の各分布を示す。図6から、(d)間隙空気圧を除き、初期飽和度が低い供試体内部の各諸量は、上（・下）端がペダスタルで拘束してあるため、不均質な分布を示すことがわかる。(c)比体積を見ると、荷重が比較的速いのにもかかわらず、供試体内部の特に隅角部で間隙が小さくなっているのは、この部分で空気の移動が十分に起きていることに大きく起因する。これに伴って、間隙空気圧は供試体内で均質になっている。また、（飽和土または飽和度が高い土の場合と異なり、）間隙水による土骨格の拘束が小さくなるため、間隙水圧の不均質は緩やかに発達する。そして、サクシオン（＝間隙空気圧－間隙水圧）が不均質になり、したがって飽和度も不均質性が現れている。



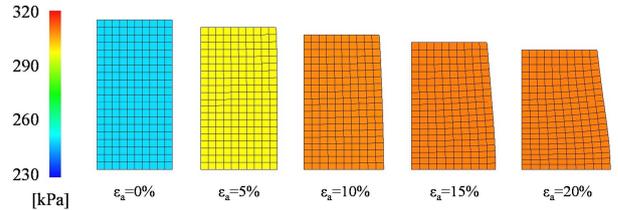
(a)平均有効応力分布



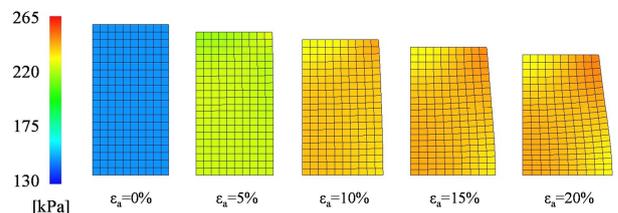
(b)せん断ひずみ分布



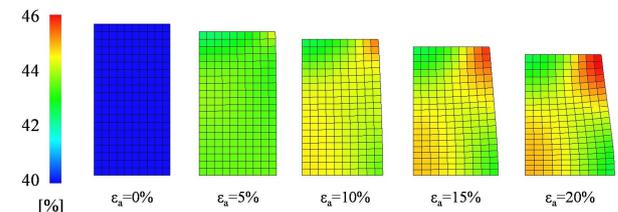
(c)比体積分布



(d)間隙空気圧分布



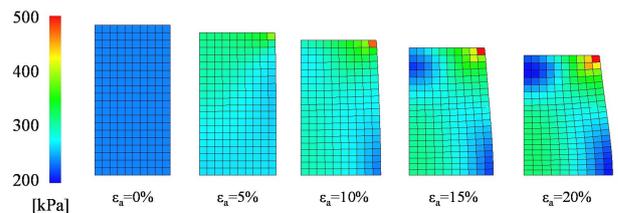
(e)間隙水圧分布



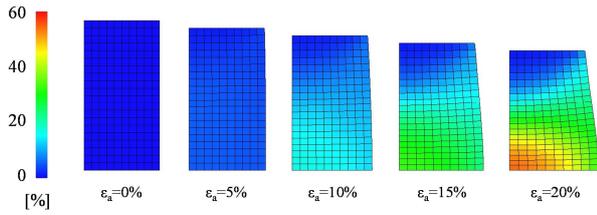
(f)飽和度分布

図6 諸量の推移図（軸ひずみ速度0.5%/minの場合）

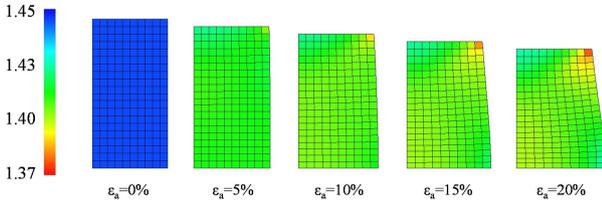
次に、荷重が遅い場合（軸ひずみ速度：0.005%/min）の諸量の推移を図7に示す。図6と比べると、(a)~(c)に大きな違いが見られないが、間隙水の移動も十分に生じるため、間隙水圧も均質に分布し、またそれに伴い、飽和度が均質に分布している。



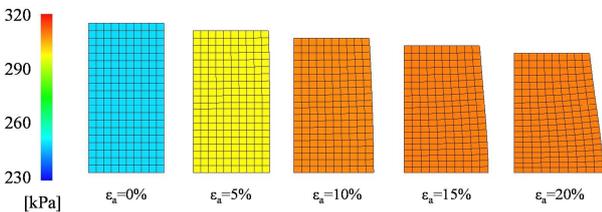
(a)平均有効応力分布



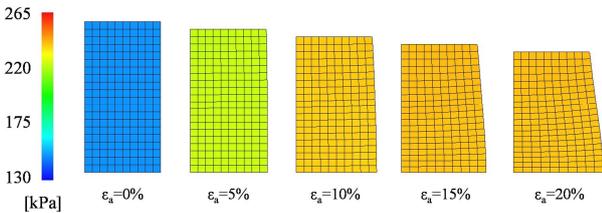
(b)せん断ひずみ分布



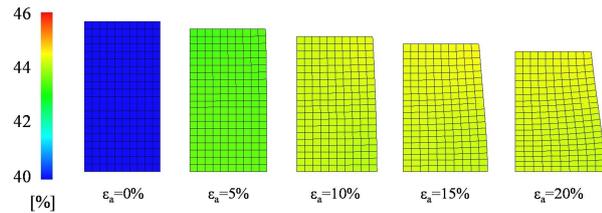
(c)比体積分布



(d)間隙空気圧分布



(e)間隙水圧分布



(f)飽和度分布

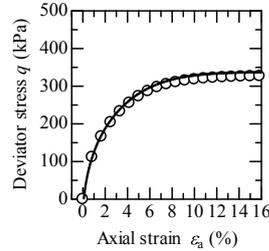
図7 諸量の推移図 (軸ひずみ速度 0.005%/min の場合)

次に、遅い場合について、実際の三軸試験と同様に供試体のマスとしての見掛けの挙動を図8に示す。具体的には、図5で示す供試体の上端で反力と空気圧、水圧、変位を計測していると考え、その値を用いて算出した。载荷が速い場合の見掛けの挙動について、図は省略するが、違いはほとんど見られなかった。

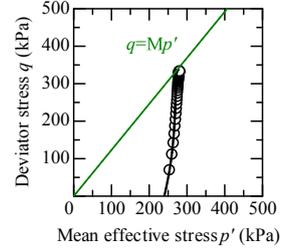
図8には第3章の1要素で得られた計算結果も示している。見掛けの挙動と1要素の挙動を比較すると、軸差応力～軸ひずみ関係に若干の違いがあるものの、両者は概ね一致している。ただし、比体積を見ると、供試体が圧縮して

いるが、これは供試体内部の空気の圧縮によるものである。

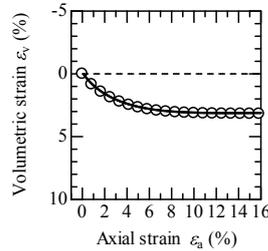
供試体内部で隅角部が大きく圧縮しているにもかかわらず、供試体全体の圧縮量が1要素の計算で得られた供試体の圧縮量と等しいのは、とても興味深い。この例が示すように、飽和土の解析⁶⁾の場合と同様に、供試体と言えども、その力学挙動は初期境界値問題の解として考える必要があることを示唆している。



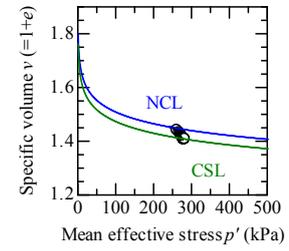
(a)軸差応力～軸ひずみ関係



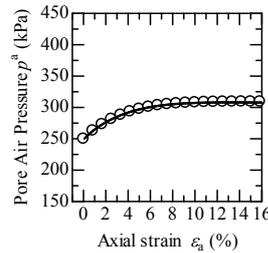
(b)有効応力経路



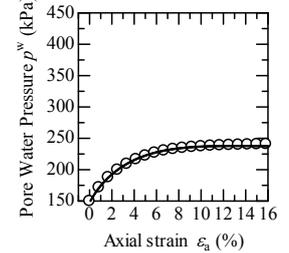
(c)体積ひずみ～軸ひずみ関係



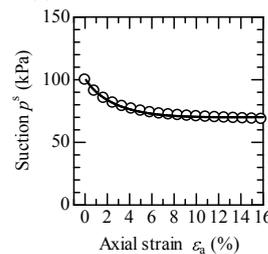
(c)比体積～平均有効応力関係



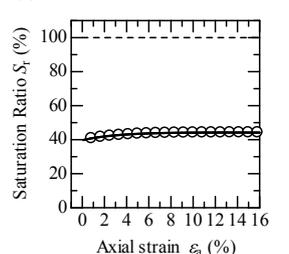
(d)間隙空気圧～軸ひずみ関係



(e)間隙水圧～軸ひずみ関係



(f)サクシオン～軸ひずみ関係



(g)飽和度～軸ひずみ関係

図8 mass としての要素挙動と1要素の要素挙動の比較 (軸ひずみ速度 0.005%/min)

5. おわりに

土骨格の構成式に SYS Cam-clay Model を搭載し、なおかつ $u-p^w-p^a$ formulation に基づく空気～水～土骨格連成有限変形解析コードを用いて、非排気・非排水三軸試験における初期サクシオンの違いによる不飽和土供試体の力学挙動の違いが、概ね表現できることを示した。さらに、三軸試験を初期条件・境界条件が明確に整備された初期値・

境界値問題として捉える立場から、特に、供試体の上端（・下端）の剛・摩擦性のペDESTALを介して与える軸変位速度の違いが供試体内部の不均質性に与えることを示し、供試体と言えども、その力学挙動は初期値境界値問題の解として考える必要があることを示唆させた。

参 考 文 献

- 1) Noda, T. and Asaoka, A., Soil-water coupled finite deformation analysis, *Soils and Foundations*, Vol. 48 (6), pp. 771-790, 2008.
- 2) 西村直志：地盤工学ハンドブック，地盤工学会，1999，第3章土質力学，pp. 51-64.
- 3) de Boer, R.: Contemporary progress in porous media theory, *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 53 (12), pp. 323-369, 2000.
- 4) Asaoka et al.: An elasto-plastic description of two distinct volume change mechanisms of soils, *Soils and Foundations*, Vol. 42 (5), pp.47-57, 2002.
- 5) 小高ら：排気・排水条件を制御した不飽和シルトの三軸圧縮試験，第18回中部地盤工学シンポジウム，2006.
- 6) Asaoka et al.: An elasto-plastic description of two distinct volume change mechanisms of soils, *Soils and Foundations*, Vol. 42 (5), pp.47-57, 2002.