

# 固有振動数・固有振動モードに着目した土構造物・地盤系の地震応答解析

## Seismic response analysis of soil structure – ground system focusing on eigen frequencies and eigen vibration modes

清水亮太<sup>1</sup>, 野田利弘<sup>2</sup>, 山田正太郎<sup>1</sup>, 浅岡 顕<sup>3</sup>

- 1 名古屋大学大学院・工学研究科・s-yamada@civil.nagoya-u.ac.jp
- 2 名古屋大学・減災連携研究センター
- 3 公益財団法人地震予知総合研究振興会

### 概 要

土構造物・地盤系の初期値・境界値問題に対して固有振動解析を行った上で、地震応答解析を水～土骨格連成有限変形解析コード **GEOASIA** によって行った。具体的には、まず、系全体の初期の固有振動数および固有モードを算定し、①地盤が大きく変状するモードと②土構造物が大きく変状するモードを抽出した。次に、それぞれのモードが励起されるように、各モードに対応する固有振動数付近に卓越振動数を有する2種類の地震波を用いて地震応答解析を行った。その結果、①に着目した地震波では地盤から土構造物へ進行する遅れ破壊挙動が、②に着目した地震波では土構造物から地盤へ進行する遅れ破壊挙動が現れることを示した。

キーワード：土構造物・地盤系，固有振動解析，地震応答解析，水～土骨格連成解析，遅れ破壊

## 1. はじめに

本論文では、水～土骨格二相系の土構造物・地盤系を対象にした初期値・境界値問題に対し、固有振動数および固有振動モードを求める手法を示す。また、地盤とその上部に構築された盛土を対象に土構造物・地盤系全体の地震直前の固有振動数および固有振動モードを算出し、地盤と土構造物がそれぞれ大きく変形するモードを抽出する。さらに、各モードに対応する固有振動数付近に卓越振動数を有する2種類の地震波を入力波として、水～土骨格連成有限変形解析コード **GEOASIA**<sup>1)</sup> により地震応答解析を行い、卓越する固有振動モードの違いが、土構造物・地盤系の変形破壊挙動に大きく影響を与えることを示す。

## 2. 有限要素離散化された速度型運動方程式と水～土骨格連成式の固有値問題としての定式化

弾塑性体のような速度型構成式で表される物体の動的境界値問題では、速度型運動方程式を解く必要がある。そこで、速度型運動方程式を弱形式化した上で、土骨格の構成式として有効応力を用いて記述した弾塑性構成式を適用すると共に、有限要素離散化を行う。また、水～土骨格連成式については、飽和土の連続式および平均的な間隙水の流速式に基づいて、各要素の中心に間隙水圧  $u$  を代表させる Christian 流<sup>2)</sup>または田村流<sup>3)</sup>の物理モデルを拡張して

用いる。さらに、有限要素法の数値場場に線形制約条件が課せられる場合を考慮すると、最終的に解くべき連立常微分方程式は次式のように表される<sup>1)</sup>。

$$\begin{cases} [\mathbf{M}]\{\dot{\mathbf{v}}\} + [\mathbf{C}^*]\{\dot{\mathbf{v}}\} + [\mathbf{K}]\{\mathbf{v}\} - [\mathbf{L}]^T\{\dot{\mathbf{u}}\} - [\mathbf{C}]^T\{\dot{\mathbf{u}}\} = \{\mathbf{f}\} \\ [\mathbf{L}']\{\dot{\mathbf{v}}\} - [\mathbf{L}]\{\mathbf{v}\} + [\mathbf{H}]\{\dot{\mathbf{u}}\} + [\mathbf{G}]\{\dot{\mathbf{u}}\} = \{\mathbf{f}_u\} \\ -[\mathbf{C}]\{\mathbf{v}\} = \{\mathbf{0}\} \end{cases} \quad (1)$$

ここに、 $[\mathbf{M}]$ は質量マトリックス、 $[\mathbf{K}]$ は接線剛性マトリックス、 $[\mathbf{L}]$ は土骨格の変位速度を土骨格の体積変化に変換するマトリックス、 $\{\mathbf{v}\}$ は節点の変位速度ベクトル、 $\{\dot{\mathbf{u}}\}$ は要素中心における土骨格から見た間隙水圧速度、 $[\mathbf{L}']$ は $[\mathbf{L}]$ を変形して作られる水～土骨格連成式の加速度項に関するマトリックス、 $[\mathbf{H}]$ は透水係数マトリックス、 $[\mathbf{G}]$ は間隙率と水の圧縮率で与えられるマトリックスである。また、 $[\mathbf{C}^*]$ は粘性境界を導入したことによって生じる減衰マトリックスであり、非比例減衰である。 $[\mathbf{C}]$ は節点の運動に課される線形制約条件を表すマトリックス、 $\{\dot{\mathbf{u}}\}$ はLagrangeの未定乗数であり、 $-[\mathbf{C}]^T\{\dot{\mathbf{u}}\}$ は節点に加わる束縛力としての物理的意味を持つ。

ここで、Fossの方法<sup>4)</sup>に倣って、

$$\{\dot{\mathbf{v}}\} = \{\mathbf{w}\} \quad (2)$$

とおくと、式(1)の斉次方程式は、

$$\begin{cases} [M]\{\dot{w}\} + [C^*]\{\dot{v}\} + [K]\{v\} - [L]^T\{\dot{u}\} - [C]^T\{\dot{u}\} = \{0\} \\ [M]\{w\} - [M]\{\dot{v}\} = \{0\} \\ [L]\{\dot{v}\} - [L]\{v\} + [H]\{\dot{u}\} + [G]\{\dot{u}\} = \{0\} \\ -[C]\{v\} = \{0\} \end{cases} \quad (3)$$

と書き換えることができる。式(3)の連立常微分方程式をまとめてマトリックス表示すれば、

$$[A]\{\dot{x}\} = [B]\{x\} \quad (4)$$

となる。ここに、

$$\begin{cases} \{x\} = \begin{Bmatrix} \{v\} \\ \{w\} \\ \{u\} \\ \{\dot{u}\} \end{Bmatrix}, [A] = \begin{bmatrix} [C^*] & [M] & -[L]^T & [O] \\ [M] & [O] & [O] & [O] \\ [L] & [O] & [G] & [O] \\ [O] & [O] & [O] & [O] \end{bmatrix} \\ [B] = \begin{bmatrix} [K] & [O] & [O] & -[C]^T \\ [O] & -[M] & [O] & [O] \\ -[L] & [O] & [H] & [O] \\ -[C] & [O] & [O] & [O] \end{bmatrix} \end{cases} \quad (5)$$

である。

ここで、 $\{v\} = \{v_0\}e^{2t}$  および  $\{u\} = \{u_0\}e^{2t}$ 、 $\{\dot{u}\} = \{\dot{u}_0\}e^{2t}$  と表されると仮定すると、

$$\{x\} = \{x_0\}e^{2t} \quad (6)$$

が得られる。ここに、

$$\{x_0\} = \left\{ \{x_0\}^T, \{w_0\}^T, \{u_0\}^T, \{\dot{u}_0\}^T \right\}^T \quad (7)$$

である。式(6)のように表される  $\{x\}$  が存在するのであれば、

次式で表される一般固有値問題に帰着する。

$$\lambda[A]\{x_0\} = [B]\{x_0\} \quad (8)$$

### 3. 解析条件

計算は二次元平面ひずみ条件で行った。水平地盤上に盛土を施工した場合を考える。計算に用いた有限要素メッシュと境界条件を図1に示す。地盤の境界条件として地盤下端の水平方向に粘性境界( $\rho=2.0\text{g/cm}^3, V_s=1000\text{m/s}$ )、鉛直方向に速度境界(固定条件)を与え、側方には周期境界を与えた。また、地盤の側面と底面は非排水境界とした。盛土は飽和状態とし、水～土骨格二相系の弾塑性有限要素を図1に示す位置に段階的に追加し、圧密が終了するまで計算を行った。地盤下部の砂層には珪砂6号の材料定数を、地盤上部の粘土層にはトクレーの材料定数をそれぞれ使い、盛土材には珪砂7号とトクレーを混ぜた中間土の材料定数を用いた<sup>5)</sup>。以上の条件より、圧密放置後の土構造物・地盤系に対し、固有振動解析と地震応答解析を行った。

### 4. 土構造物・地盤系の初期の固有振動数と固有振動モード

計算によって得られた初期(圧密放置後)の固有振動モードのうち、地盤が大きく変形するモード(MODE 1)と盛土が大きく変形するモード(MODE 2)を図2に示す。なお、本論文では固有振動モードが複素固有ベクトルの実部と虚部の線形結合で表されるが、ここでは、複素固有ベクトルの虚部で表されるモードのみを示している。

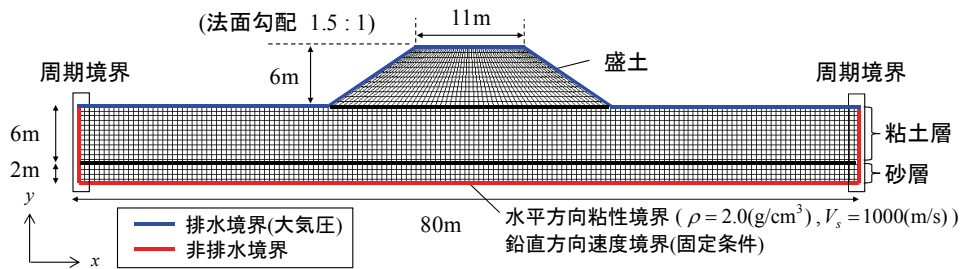


図1 有限要素メッシュおよび境界条件

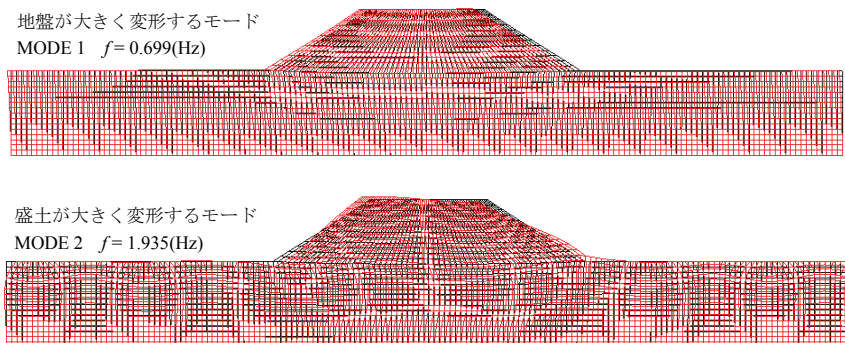


図2 固有振動数および固有振動モード(虚部)

## 5. 土構造物を有する地盤の地震応答解析

計算は前章で用いた圧密放置後の土構造物・地盤系を対象とした。入力地震波は系全体の固有振動数付近に卓越振動数を有し、最大加速度が200galとなるように作成した。入力地震波の加速度履歴およびフーリエ振幅スペクトルを図3に示す。WAVE 1はMODE 1に対応する固有振動数に卓越振動数を合わせた地震波であり、WAVE 2はMODE 2に対応する固有振動数に卓越振動数を合わせた地震波である。以上より、地盤底面の全節点の水平方向に課せられた粘性境界に、図3に示す地震動を入力し、地震後は地盤変形が収まるまでそのまま圧密放置した。なお、以下では、WAVE 1を入力した場合をCASE 1、WAVE 2を入力した場合をCASE 2とする。

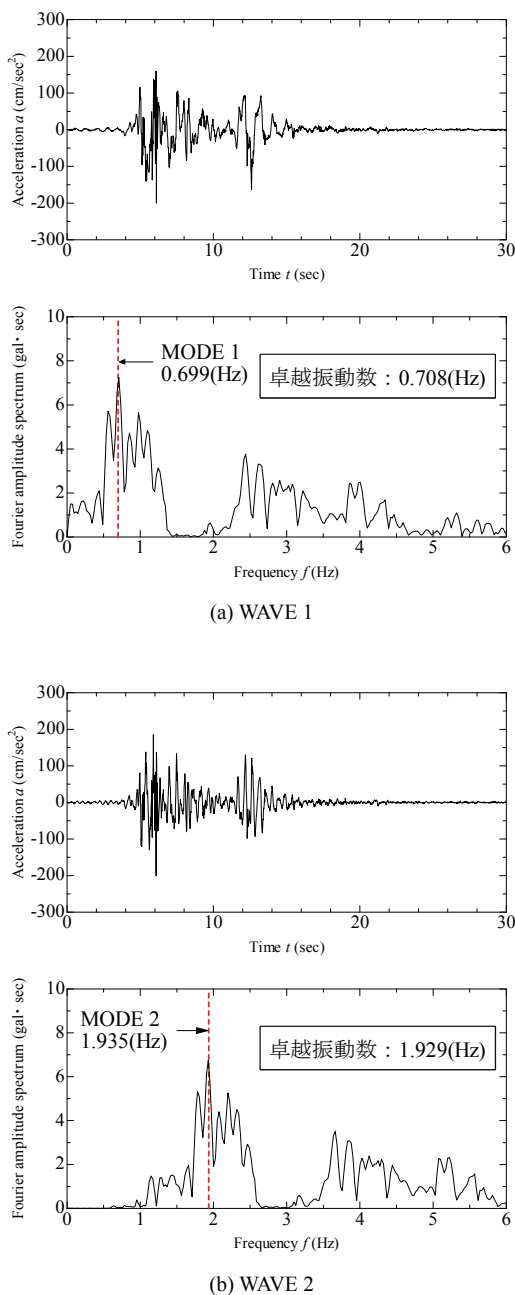


図3 地震波の加速度波形とフーリエ振幅スペクトル

図4に地震中から地震後にかけてのせん断ひずみ分布の推移を示す。CASE 1、CASE 2ともに地震後に遅れ破壊を生じている様子が見て取れる。せん断ひずみの進展過程に着目すると、CASE 1では、地震中に砂層上端から地盤中央へとせん断ひずみが進展していることが分かる。その後、時間の経過とともに地盤から盛土へとひずみが進展し、遅れ破壊を生じている。一方、CASE 2では、地震中に砂層上端にひずみが集中するものの、盛土、地盤ともに大きな変形は生じていない。しかし、時間が経過するにつれて、まず盛土に滑り面が発生し、その後地盤内へ滑り線が進展していることが分かる。つまり、地震波が有する卓越振動数の違いによって、遅れ破壊過程に大きな違いが見られることが分かった。

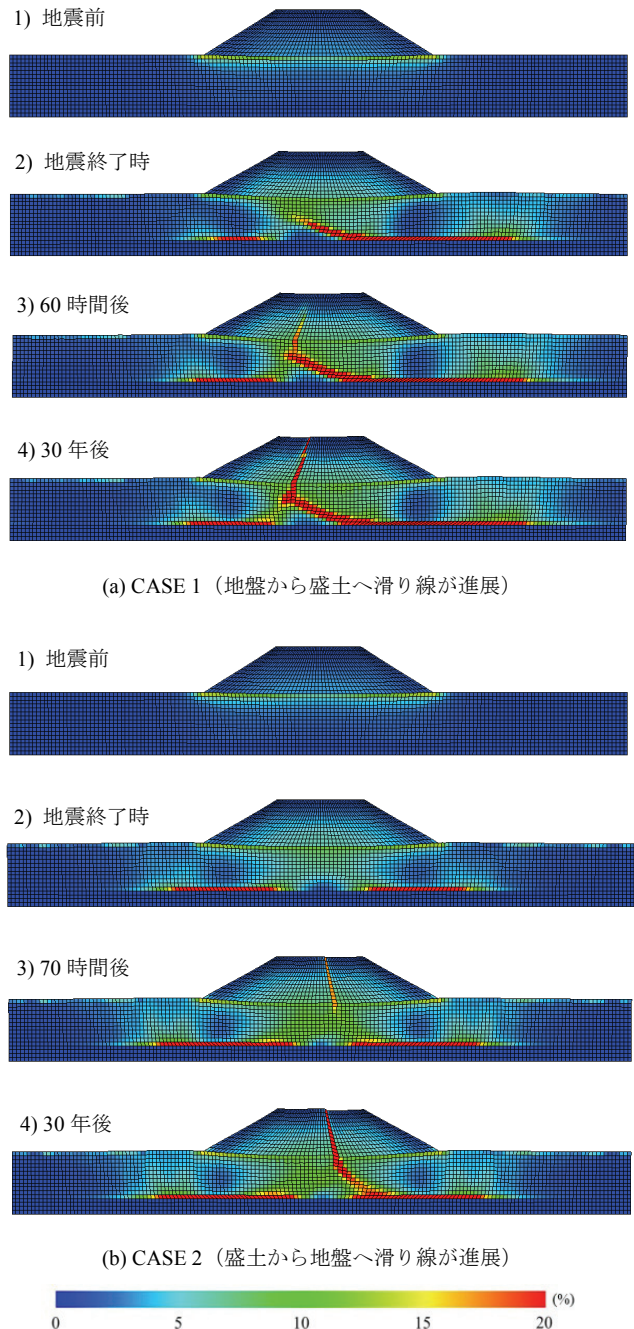


図4 せん断ひずみ分布

このような違いが生じた原因を調べるため、まずは地震中における各 CASE の振動特性にどのような違いが現れているか調べる。地盤中央の層境における応答加速度のフーリエ振幅スペクトルを図 5 に示す。地震波が基盤から盛土へ伝わる過程において、CASE 1 では、粘土層上端で WAVE 1 の卓越振動数付近の振動数成分が大きく増幅していることが分かり、粘土層が大きく変形する MODE 1(図 2 上)に対し、共振していると考えられる。また、CASE 2 では、天端において WAVE 2 の卓越振動数付近の振動数が大きく増幅していることから、盛土が大きく変形する MODE 2(図 2 下)に対し、共振していると考えられる。

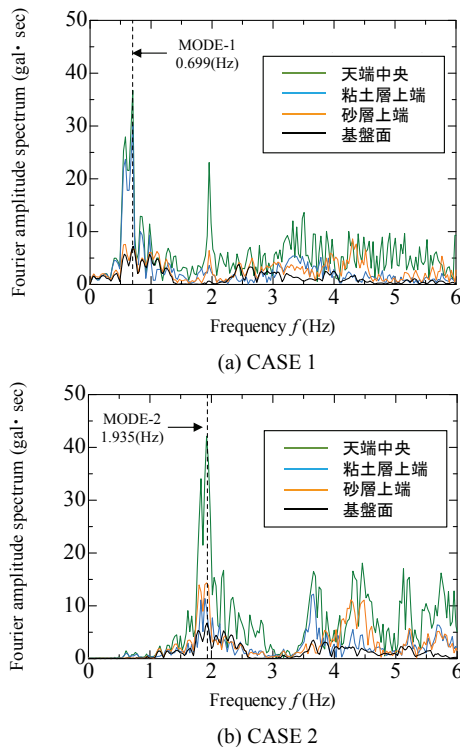


図 5 応答加速度のフーリエ振幅スペクトル

次に、今回の解析で発生した遅れ破壊のメカニズムを調べる。まず、地震終了時の過剰間隙水圧分布図を図 6 に示す。両者はともに地盤上部および盛土内部で負の過剰間隙水圧が発生し、地盤中央部から下部にかけて正の過剰間隙水圧が生じていることが見て取れる。地盤上部および盛土は地震前に過圧密状態にあるために、地震中に非排水せん断を受けると塑性膨張を伴う硬化を示し、負の過剰間隙水圧が発生する。一方、地盤下部は地震前に正規圧密状態に近い状態にあるために、地震中に非排水せん断を受けると塑性圧縮を伴う硬化を示し、正の過剰間隙水圧が発生する。これらの挙動は実際に土要素の挙動を調べることで確認できる。地震後は、間隙水圧が定常状態に向かう過程において、負の過剰間隙水圧を生じていた土要素が周辺の土要素から水を受け取るために、吸水軟化を生じ、遅れ破壊に至る。このような遅れ破壊のメカニズムは CASE 1, CASE 2 に共通しているが、CASE 1 と CASE 2 では、卓越して現れる固有振動モードが異なるために、遅れ破壊の進行過程

には図 4 に示すような大きな違いが生じる。CASE 1 では地震中に MODE 1(図 2 上)に対して共振するため、先に地盤内にせん断ひずみが集中して発生し、地震後、吸水軟化によって地盤上部から盛土へ徐々にせん断帯が形成される。一方、CASE 2 では、地震中に MODE 2(図 2 下)に対して共振するため、盛土は大きく揺れるが、地盤はあまり揺れない。このため、地震後、吸水軟化によって地盤より先に盛土に滑り面が発生し、荷重の均衡が崩れることで、盛土直下の地盤内要素がせん断され、地盤内にもせん断帯が形成される。

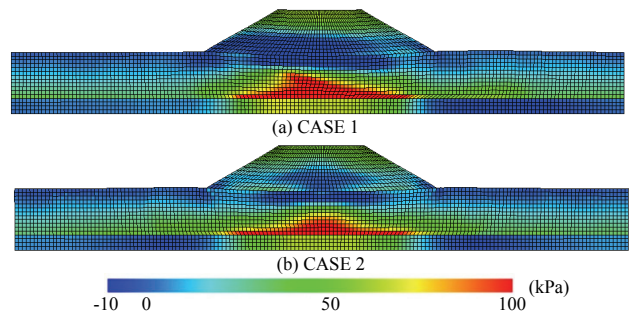


図 6 地震終了時の過剰間隙水圧分布

## 6. 結論

本論文では、地盤の初期値・境界値問題に対して、固有振動数および固有振動モードを計算する手法について示した。また、土構造物・地盤系に対して地震応答解析を行った結果、地震動の卓越振動数が異なれば、異なる固有振動モードが卓越して現れ、地震中、地震後の破壊を含む地盤変形の進行はその固有振動モードの影響を強く受けることを示した。有限変形の弾塑性体を対象とした初期値・境界値問題では、幾何学的および材料的非線形性を有するため、固有振動数は時々刻々変化するが、例え初期に限ったとしても固有振動数および固有モードを把握しておくことが有効であるといえる。なお、本論文では、固有振動数付近に卓越振動数を有する地震波のみを入力したが、同程度の規模の地震波で、卓越振動数が固有振動数と一致しないような場合では、地震中に大きな変形は生じず、地震後も遅れ破壊を生じないことを確認している。

## 参考文献

- 1) Noda, T., Asaoka, A. and Nakano, M.: Soil-water coupled finite deformation analysis based on a rate-type equation of motion incorporating the SYS Cam-slay model, *Soils and Foundations*, Vol. 45, No. 6, pp. 771-790, 2008.
- 2) Christian, J. T.: Undrained stress distribution by numerical method, *Proc. ASCE*, Vol. 94, pp. 1331-1345, 1968.
- 3) 赤井浩一, 田村武: 弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析, *土木学会論文集*, 第 269 号, pp. 95-104, 1978.
- 4) Foss, K. A. : Coordinates which Uncouple the Equations of Motion of Damped Linear Dynamic Systems, *Journal of Applied Mechanics*, ASME, Vol.32, No.3, pp.361-364, 1958.
- 5) Noda, T. Nakai, K. and Asaoka, A.: Delayed failure of a clay foundation-embankment system after the occurrence of an earthquake, *Theoretical and applied mechanics JAPAN*, Vol. 57, pp. 41-47, 2008.